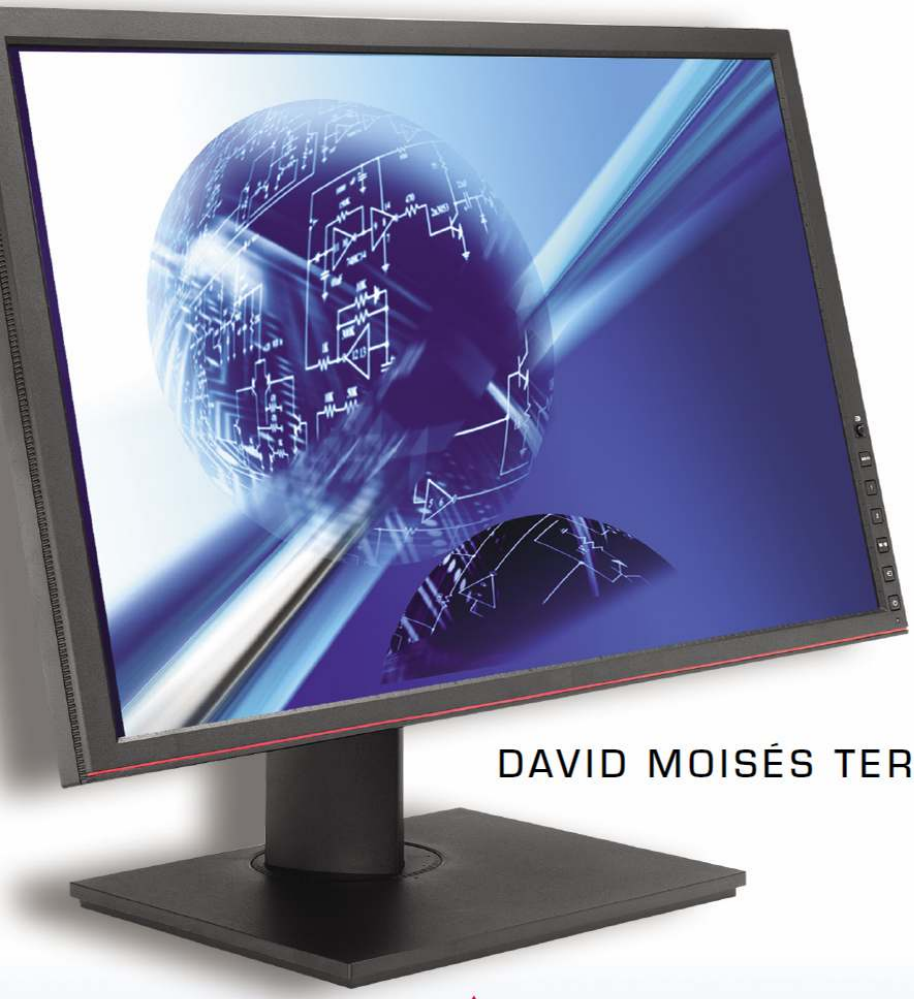
Introducción a la COMPUTACIÓN CUÁNTICA PARA INGENIEROS



Apoyo en la web

DAVID MOISÉS TERÁN PÉREZ

Alfaomega

Introducción a la Computación Cuántica para Ingenieros

David Moisés Terán Pérez (Dr. en Ed.)

Introducción a la Computación Cuántica para Ingenieros

David Moisés Terán Pérez (Dr. en Ed.)

Alfaomega

Buenos Aires • Bogotá • México, D.F. • Santiago de Chile

Editor
Alejandro Herrera
aherrera@alfaomega.com.mx
Corrección
Roberto Alfaro M.
Gerente editorial
Marcelo Grillo
mgrillo@alfaomega.com.mx

Datos catalográficos
Terán Pérez, David Moisés
Introducción a la computación cuántica para ingenieros
Primera Edición
Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. México
ISBN: 978-607-707-542-4
Formato: 17 x 23 cm Páginas 212

Introducción a la computación cuántica para ingenieros

David Moisés Terán Pérez

Derechos reservados © 2012, por Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. México

Primera Edición por Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. México, septiembre de 2012

© 2012, por Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. México
Pitágoras 1139, Col. Del Valle, C.P. 03100, México, D.F.
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana
Registro No. 2317

Internet: http://www.alfaomega.com.mx
E-mail: atencionalcliente@alfaomega.com.mx

ISBN: 978-607-707-542-4

Derechos reservados:
Esta obra es propiedad intelectual de su autor y los derechos de publicación en lengua española han sido legalmente transferidos al editor. Prohibida su reproducción parcial o total por cualquier medio sin permiso por escrito del propietario de los derechos del copyright.

Nota importante:

La información contenida en esta obra tiene un fin exclusivamente didáctico y, por lo tanto, no está previsto su aprovechamiento profesional o industrial. Las indicaciones técnicas y programas incluidos han sido elaborados con gran cuidado por el autor y reproducidos bajo estrictas normas de control. Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. no será jurídicamente responsable por: errores u omisiones; daños y perjuicios que se pudieran atribuir al uso de la información comprendida en este libro, ni por la utilización indebida que pudiera dársele. Los nombres comerciales que aparecen en este libro son marcas registradas de sus propietarios y se mencionan únicamente con fines didácticos, por lo que Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. México no asume ninguna responsabilidad por el uso que se dé a esta información, ya que no infringe ningún derecho de registro de marca. Los datos de los ejemplos y pantallas son ficticios, a no ser que se especifique lo contrario.

Edición autorizada para venta en todo el mundo.

Impreso en México. Printed in Mexico.

Empresas del grupo:

México: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. – Pitágoras 1139, Col. Del Valle, México, D.F. – C.P. 03100.
Tel.: (52-55) 5575-5022 – Fax: (52-55) 5575-2420 / 2490. Sin costo: 01-800-020-4396
E-mail: atencionalcliente@alfaomega.com.mx

Colombia: Alfaomega Colombiana S.A. – Carrera 15 No. 64 A 29, Bogotá, Colombia,
Tel.: (57-1) 2100122 – Fax: (57-1) 6068648 – E-mail: cliente@alfaomega.com.co

Chile: Alfaomega Grupo Editor, S.A. – Dr. La Sierra 1437, Providencia, Santiago, Chile
Tel.: (56-2) 235-4248 – Fax: (56-2) 235-5786 – E-mail: agechile@alfaomega.cl

Argentina: Alfaomega Grupo Editor Argentino, S.A. – Paraguay 1307 P.B. Of. 11, C.P. 1057, Buenos Aires, Argentina, – Tel./Fax: (54-11) 4811-0887 y 4811 7183 – E-mail: ventas@alfaomegaeditor.com.ar

Dedicatoria

A mis hijos: David Moisés, Emmanuel y Diana
A todas las personas que colaboraron para la culminación de este libro.

David Moisés Terán Pérez

Agradecimientos

En la vida, ser agradecido es muy importante. Porque la formación que se tiene a lo largo de la misma vida es inicialmente dependiente; posteriormente, es independiente, para que al final se convierta en interdependiente. Por lo que, a lo largo de la vida, es importante agradecer a muchas personas, instituciones y situaciones, el haber conseguido objetivos y metas.

En lo personal, deseo agradecer a quienes directa, indirecta, circunstancial y hasta accidentalmente, han sido parte de mi formación profesional y personal. No me gustaría citarlos, porque al hacerlo, es posible que me olvide de muchas personas. Por lo tanto, el agradecimiento es general.

Sin embargo, deseo agradecer de manera muy especial a la Mtra. Verónica Bracho Alburquerque, por compartir conmigo la ilusión de realizar este trabajo. Sin su amor, comprensión, apoyo y vitalidad, hubiera sido difícil realizar esta obra.

Igualmente, deseo expresar mi muy sincero agradecimiento a los maestros en ingeniería en sistemas: Erik Garduño Nolasco y Héctor Gutiérrez Chávez, por su incondicional apoyo y ayuda en el trabajo de revisión técnica previa que hicieron al texto; así como en la mejora de las presentaciones en Power Point incluidas en el material de apoyo digital. Vaya mi sincero reconocimiento por tan loable labor.

Mi agradecimiento para mi amigo el Ing. Luis Alejandro Herrera García, por haber creído que esta obra podía publicarse; así como por su esfuerzo para convertir este proyecto en realidad.

De forma especial, vaya mi reconocimiento a Don Roberto Alfaro Mejía, por su excelente trabajo en la corrección de estilo a este texto. Ya que su dedicación permitió que este trabajo tenga la excelente y depurada presentación que el amable lector tiene en sus manos.

Finalmente, espero cumplir con aquel viejo proverbio de: ten un hijo, siembra un árbol y escribe un libro, para trascender a través del tiempo.

David Moisés Terán Pérez (Dr. en Ed.).

Mensaje del editor

Los conocimientos son esenciales en el desempeño profesional, sin ellos es imposible lograr las habilidades para competir laboralmente. La universidad o las instituciones de formación para el trabajo ofrecen la oportunidad de adquirir conocimientos que serán aprovechados más adelante en beneficio propio y de la sociedad; el avance de la ciencia y de la técnica hace necesario actualizar continuamente esos conocimientos. Cuando se toma la decisión de embarcarse en una vida profesional, se adquiere un compromiso de por vida: mantenerse al día en los conocimientos del área u oficio que se ha decidido desempeñar.

Alfaomega tiene por misión ofrecerles a estudiantes y profesionistas conocimientos actualizados dentro de lineamientos pedagógicos y andragógicos que faciliten su utilización y permitan desarrollar las competencias requeridas por una profesión determinada. Alfaomega espera ser su compañera profesional en este viaje de por vida por el mundo del conocimiento.

Alfaomega hace uso de los medios impresos tradicionales en combinación con las tecnologías de la información y las comunicaciones (IT) para facilitar el aprendizaje. Libros como éste tienen su complemento en una página Web, en donde el alumno y su profesor encontrarán materiales adicionales.

Esta obra contiene numerosos gráficos, cuadros y otros recursos para despertar el interés del estudiante, y facilitarle la comprensión y apropiación del conocimiento.

Cada capítulo se desarrolla con argumentos presentados en forma sencilla y claramente estructurada hacia los objetivos y metas propuestas.

Cada capítulo concluye con diversas actividades pedagógicas para asegurar la asimilación del conocimiento y su extensión y actualización futuras.

Los libros de Alfaomega están diseñados para ser utilizados dentro de los procesos de enseñanza-aprendizaje, y pueden ser usados como textos para diversos cursos o como apoyo para reforzar el desarrollo profesional.

Alfaomega espera contribuir así a la formación y al desarrollo de profesionistas exitosos para beneficio de la sociedad.

David Moisés Terán Pérez

Es Ingeniero Mecánico Electricista egresado de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), con especialidad en Habilidades Docentes por la Universidad Tecnológica de México (UNITEC). Cursó la Maestría en Ciencias de la Educación en la Universidad del Valle de México (UVM); el Doctorado en Educación en la Universidad Pedagógica Nacional (UPN). Realizó estancia postdoctoral auspiciada por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), en la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (UAEH), en la línea de políticas educativas a través del desarrollo del Programa Institucional de Seguimiento de Egresados y de Opinión de Empleadores (PISEyOE) de la Maestría en Ciencias de la Educación de la misma UAEH. El autor está concursando para ingresar al Sistema Nacional de Investigadores (SNI) del CONACyT, en el área VII de las Ingenierías.

Trabajó durante más de 20 años en diversas empresas relacionadas con el diseño y desarrollo de proyectos informáticos; así como en el área de soporte técnico tanto de fabricantes como de distribuidores de equipos de cómputo e informáticos.

Cuenta con casi 30 años de experiencia como docente en diversas instituciones de educación superior, tanto públicas como privadas, entre ellas destacan: Universidad Nacional Autónoma de México, Universidad Tecnológica de Méxcio, Universidad Interamericana para el Desarrollo, Universidad Mexicana, Universidad del Valle de México, Universidad del Pedregal, Universidad Autónoma del Estado de México, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo y la Universidad ICEL, entre otras.

Participa de manera frecuente en foros y encuentros en áreas relacionadas con las TIC y la educación.

Es autor del libro Redes Convergentes. Diseño e implementación., Es además colaborador en los libros: Máquinas eléctricas y técnicas modernas de control; Inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería; Fundamentos de investigación. Un enfoque por competencias

Introducción a la Computación Cuántica para Ingenieros

Este libro está dirigido a estudiantes del nivel de licenciatura y maestría (pregrado y postgrado) y al público en general, interesado en el tema desarrollado y que tendría que ver con La Frontera del Conocimiento o el Estado del Arte sobre la Computación Cuántica. El libro está diseñado para emplearse como libro de texto o de consulta en cualquiera de las asignaturas, tanto de la materia de Física en sus diferentes asignaturas, ya que cubre satisfactoriamente los diversos tópicos que se tratan en dichos cursos, como en cursos específicos de Ingeniería, en los últimos semestres donde se tratan Temas Selectos y Especiales de nuevas tecnologías en el área de cómputo. El texto se puede cubrir en uno o dos semestres, según el grado de detalle que se desee desarrollar, así mismo, es útil para todos aquellos profesionales del área informática y telecomunicaciones que deseen actualizar sus conocimientos sobre tópicos de nuevas tecnologías. Se ha puesto en la Web de la editorial material auxiliar suficiente para que el lector consulte diversa información que le permita actualizarse en temas selectos de este novedoso y muy interesante tema de las computadoras cuánticas.

Toda la información está estructurada de manera lógica, con el objetivo de que el lector no pierda detalle de lo consultado.

Su principal ventaja competitiva es que incluye el desarrollo de este interesante y novedoso tema de una forma accesible para el lector con conocimientos avanzados de Matemáticas, así como también para aquellos que no los tienen; y lo más importante es que está escrito en español. La idea de este texto es que sea útil para todo tipo de público lector.

Siempre será interesante estar a la vanguardia del conocimiento. Y con este texto, se busca que el apreciable lector, esté en la Frontera del Conocimiento, o que conozca el Estado del Arte, o el Estado del Conocimiento de la computación cuántica en su propio idioma.

La estructura de cada capítulo incluye:

- **Exposición del tema.** Corresponde al desarrollo del capítulo. Cuando se ha considerado pertinente, se han incluido recuadros con ejemplos, casos breves y figuras con esquemas explicativos. También es importante señalar que los conceptos clave están destacados en el texto y sus definiciones están en el glosario al final del libro.
- **Conceptos clave.** Estas secciones buscan entregar una visión general del capítulo y facilitar la retención de conceptos nuevos.

- **Actividades.** Para asegurar un aprendizaje efectivo, resulta imprescindible buscar la interacción del lector con los temas. Es por ello que se privilegian las preguntas abiertas (sin respuestas verdaderas o falsas) y las actividades de discusión.
- **Lecturas complementarias.** En la Internet se han colocado fuentes de información complementaria, que por sí misma es otro libro debido al gran volumen de información.
- **Bibliografía.** Al final de cada capítulo se ha colocado una gran cantidad de bibliografía para estimular y facilitar la profundización en el tema.

Nota:

En la mayor parte de los capítulos se indican **Páginas Web recomendadas:** Sitios Web donde el lector podrá ampliar, profundizar y complementar información, localizar casos de éxito y otros recursos para investigar; también se puede bajar textos y encontrar información actualizada en universidades, institutos de investigación y centros de documentación.

Acceso al material complementario

Para tener acceso al material complementario del libro **Introducción a la Computación Cuántica para Ingenieros**, es necesario:

1. Ir a la página: http://libroweb.alfaomega.com.mx/
2. Regístrese como usuario de sitio llenando completamente el formulario. Asegúrese de guardar en un lugar seguro su nombre de Usuario y Contraseña,
3. Para navegar en la plataforma ingrese los nombres de Usuario y Contraseña definidos en el punto dos.
4. Ingrese con su Usuario a la sección de libros.
5. Busque y seleccione la imagen correspondiente a este libro para descargar su material complementario.

NOTAS

Se recomienda respaldar los archivos descargados de las páginas Web en un soporte físico (CD, USB, disco duro o cualquier otro medio de almacenamiento).

Las descargas no generan ninguna responsabilidad para el autor o la editorial.

Contenido

Prefacio ..... **XIII**
Introducción ..... **XV**

Capítulo 1

Introducción a la Mecánica y Física Cuánticas **1**
Conceptos generales **4**
1.1 El vacío físico 4
1.2 El espejo del espacio-tiempo 7
1.3 La medida del espacio-tiempo 9
1.4 Materia y espacio-tiempo 10
1.5 Comprensión de la teoría cuántica y sus interpretaciones 11
1.6 Un cisma en la Física 15
1.7 La significación de las interpretaciones 16
1.8 Probabilidades subjetivas, probabilidades estadísticas y determinismo 19
1.9 La objetividad de la mecánica-estadística 23
1.10 La interpretación subjetivista de la mecánica estadística 22
1.11 Oscilaciones entre las dos Interpretaciones 30
1.12 La objetividad de la teoría cuántica 31
1.13 El origen de la confusión: La reducción del paquete de ondas 32
1.14 La incompletud del formalismo matemático de la teoría cuántica 33
1.15 La transición de la posible a lo real 35
1.16 Partículas, ondas y la interpretación propensivista 35
1.17 Anticipaciones parciales de la interpretación propensivista 40
1.18 ¿Existen los saltos cuánticos? 45
1.19 ¿Existen las partículas? 47
1.20 Espacio de posición 50
1.21 Resumen 52
Autoevaluación **53**
Bibliografía **54**

Capítulo 2

Fundamentos Cuánticos **63**
2.1 Introducción 65
2.2 Radiación electromagnética 65
2.3 Radiación de cuerpo negro 69
2.4 Emisión fotoeléctrica 72
2.5 Dispersión de la radiación por electrones libres 75
2.6 Fotones 81
2.7 Estados estacionarios 84
2.8 Evidencia experimental de los estados estacionarios 89
2.9 Interacción de la radiación con la materia 93
2.10 La relación de indeterminación para el tiempo y la energía 100
Autoevaluación **103**
Bibliografía **104**

Capítulo 3

Cibernética Cuántica 105
Cibernética Cuántica 107
3.1 Causas del desvío entre ondas y..... partículas 107
3.2 Sistemas cuánticos ..... autorreferenciales 117
3.3 El formalismo y contra ..... abstracciones.....120
3.4 Cibernética cuántica relativista 122
Autoevaluación 131
Bibliografía 132

Capítulo 4

Aplicaciones de la Computación Cuántica 133
4.1 Introducción.....136
4.2 Origen de la computación ..... cuántica.....137
4.3 Fundamentos de la computación.... cuántica.....141
4.4 Elementos básicos de la ..... computación cuántica 143
El bit cuántico (qubit) 143
4.5 Efectos de la computación..... cuántica.....144
4.6 Algunos problemas de..... implementación de..... la computación cuántica 144
4.7 La Esfera de Bloch.....147
4.8 Hardware para la computación ..... cuántica.....149
4.9 Software para una computación ..... cuántica.....151
4.10 Algoritmos 154
Algoritmos basados en la TFQ.....155
4.11 Algoritmos de búsqueda 155
Problemas de búsqueda ..... estructurada.....155
Simulación cuántica.....156
4.12 Algoritmo de Shor 156
4.13 Algoritmo de Grover 160
4.14 Algoritmo de Deutsch-Jozsa 162
4.15 Computadora cuántica de ..... Benioff 167
4.16 Computadora cuántica de ..... Feynmann 169
4.17 Computadora cuántica de ..... Deutsch 170
4.18 Computadora cuántica de ..... Kane 171
4.19 Aplicaciones de la computación.... cuántica: Teleportación o..... Teletransportación Cuántica 173
4.20 Estados promiscuos 179
4.21 Realización de la ..... teletransportación cuántica.....181
4.22 Intercambio de entrelazamiento ..183
4.23 Otros experimentos de..... teleportación o teletransportación cuántica 184
4.24 Algunas conclusiones.....186
Autoevaluación 186
Bibliografía.....187

Prefacio

Hace poco más de 100 años, en las postrimerías del Siglo XIX, los científicos del mundo estaban convencidos de que ya habían alcanzado una representación precisa del mundo físico.

Tal como lo expresó Alastair (1994): "A finales del Siglo XIX parecían conocerse los principios fundamentales que rigen el comportamiento del universo físico." De hecho, muchos científicos sostenían que el estudio de la Física, (prácticamente) podía darse por concluido: no quedaban grandes descubrimientos por hacer, sino sólo detalles y pinceladas finales.

Pero a finales del Siglo XIX, salieron a la luz unas cuantas curiosidades: Roentgen descubrió los Rayos X. Henri Becquerel advirtió por azar, que un fragmento de mineral de Uranio emitía algo que "velaba" las placas fotográficas. Y el Electrón (portador de la Electricidad) fue descubierto en 1897.

Sin embargo, en términos generales, los físicos no se inmutaron, dando por supuesto que esas rarezas quedarían explicadas tarde o temprano por la(s) teoría(s) existente(s). Nadie habría previsto que en cinco años esa conformista visión del mundo se vería trastocada de manera sorprendente, surgiendo una nueva concepción del universo y unas nuevas tecnologías que transformarían la vida cotidiana del Siglo XX de un modo por entonces, inimaginable.

Si en 1899 alguien hubiera dicho a un Físico que cien años después (en 1999), se transmitirían imágenes en movimiento a los hogares de todo el Mundo desde satélites; que bombas de una potencia inconcebible amenazarían la supervivencia de la especie; que los antibióticos atajarían las enfermedades infecciosas, pero que dichas enfermedades contraatacarían; que las mujeres tendrían derecho al Voto y píldoras para controlar la reproducción; que cada hora alzarían el vuelo millones de personas en aparatos capaces de despegar y aterrizar sin intervención humana; que sería posible cruzar el Océano Atlántico a 3 200 [km/h]; que los hombres viajarían a la Luna (y que perderían luego el interés por el espacio exterior); que los microscopios conseguirían ver átomos independientes; que la gente llevaría encima teléfonos de un peso no mayor a unos cuantos gramos y se comunicarían sin hilos con cualquier lugar del mundo; o que la mayoría de estas aplicaciones dependerían de un dispositivo del tamaño de un sello de correos basado en una nueva teoría llamada Mecánica Cuántica, si alguien hubiera dicho entonces todo eso, el Físico en cuestión sin duda, lo habría tachado de loco.

La mayoría de estos avances no podían predecirse en 1899, porque la teoría científica imperante los consideraba imposibles. Y en cuanto a los pocos que por entonces posibles (por ejemplo, los aviones), la envergadura de su posterior uso, hubiera escapado a las previsiones de cualquiera. Podía imaginarse un avión; pero la presencia simultánea de 10 000 aviones en el aire era algo inconcebible.

Así pues, se puede afirmar en rigor que, en el umbral del Siglo XX, ni siquiera los científicos mejor informados tenían la más vaga idea de lo que se avecinaba.

Ahora ya en pleno Siglo XXI, la situación presenta una curiosa similitud. Una vez más, los científicos creen que el mundo físico está ya explicado, y que el futuro no deparará más revoluciones. Por la experiencia de la historia previa, ya no expresan esta opinión en público, pero eso es lo que piensan de todos modos. Algunos observadores incluso han llegado al extremo de plantear la tesis de que la Ciencia como disciplina ha concluido ya su labor, que no le queda nada importante por descubrir (Horgan, 1996).

De la misma manera que en los últimos años del Siglo XIX existían indicios de lo que estaba por venir, en los últimos años del Siglo XX, y en el incio del Siglo XXI, se encuentran también pistas para vislumbrar el futuro. Algunas de ellas, son el interés en la Nanotecnología y la Computación Cuántica.

Introducción

En los últimos años, la densidad de los circuitos electrónicos ha aumentado sin cesar, gracias a la disminución en el tamaño de los componentes. Pero llegará un momento en que no sea posible reducir más los circuitos. Debido a que muy pronto la miniaturización será tal que las leyes de la física clásica ya no sean válidas, entonces se entrará en los dominios del mundo subatómico, y aquí es donde entra en funcionamiento la Mecánica Cuántica.

Antiguamente, los primeros cálculos eran manuales, éstos se remontan aproximadamente hasta 500 A. C., cuando los/las egipcios/as inventaron un artefacto que consistía en una serie de esferas atravesadas por varillas; este artefacto fue cambiado y perfeccionado por los chinos; y posteriormente en el siglo XIII D. C., es cuando toma la forma clásica con que actualmente se le conoce: el Ábaco. Éste, está compuesto por 10 líneas con 7 esferas cada una, una línea corta todas las líneas en dos partes una más grande que la otra, ubicándose 2 esferas en la parte superior y cinco en la parte inferior.

Mucho tiempo después, se desarrollaron modelos mecánicos y eléctricos, es así que, Blaise Pascal, en 1649, fabricó "La Pascalina", una máquina que hacía operaciones de 8 dígitos. En 1820, Charles Babbage con la ayuda de la Condesa Ada Byron, construyó dos equipos totalmente mecánicos, usaban ejes, engranajes y poleas para realizar cálculos. Konraz Suze, ingeniero alemán, en 1942, construyó la primera computadora digital (electromecánica binaria) programable. Entre 1937 y 1942 Atanasoff y Berry, construyeron un prototipo compuesto de tubos al vacío, capacitores y un tambor de rotatorio para el manejo de los elementos de la memoria. En 1941 Turing construyó *"La Collosus"*, una computadora que usaba miles de válvulas, 2 400 bombas de vidrio al vacío, y un escáner con capacidad de leer 5 000 caracteres por cinta de papel. En 1944 el Corporativo IBM (International Business Machines) construyó *"La Mark I"* en cooperación con la Universidad de Harvard, medía 15 metros de largo, 2.40 metros de altura, y pesaba cinco toneladas. La ENIAC contaba con 17 468 tubos de vidrio al vacío, fue construida en 1946.

No hace mucho tiempo, se inició la era digital, con modelos electrónicos basados inicialmente en tubos de vacío, luego en transistores y finalmente circuitos. La constante miniaturización de los componentes de hardware ha logrado la realización de nanocircuitos. Pronto no será posible reducir más los circuitos, debido a que muy pronto la miniaturización será tal que las leyes de la física clásica ya no sean válidas, entonces se entrará en los dominios del mundo subatómico, donde las leyes de la física de la mecánica cuántica tienen validez. El cambio en los componentes fundamentales de las computadoras, hace necesario redefinir muchos elementos de la computación actual, la arquitectura, los algoritmos y los componentes de hardware. Es así como nace la computación cuántica y con ella los algoritmos cuánticos.

La aplicación de la computación cuántica depende de la posibilidad de desarrollar una computadora cuántica. Un ejemplo del inmenso poder de las computadoras cuánticas es el algoritmo cuántico para determinar si un número es primo. Una computadora actual se tardaría de miles a millones de años (dependiendo de qué tan grande sea el número) en ejecutar tal algoritmo; a diferencia de una computadora cuántica le tomaría tan sólo unos cuantos segundos el completar la tarea.

Como ejemplo a lo escrito en el párrafo anterior, se puede considerar que un circuito electrónico basado en los principios de la Física Cuántica, capaz de almacenar datos en estado de superposición, va a ser probado y será utilizado para la fabricación de procesadores cuánticos, lo que multiplicará casi hasta el infinito la potencia de las computadoras actuales (Garrido Cotham, 2003). Un componente electrónico potencialmente capaz de servir a la realización de un procesador cuántico ha sido elaborado por el *Grupo Quantrónico™*, del Servicio de Física del Estado Condensado del Comisariado Francés de la Energía Atómica.

El Quantronium es un circuito electrónico compuesto de un único bucle de aluminio supraconductor o superconductor que constituye un *"qubit"* de características fabulosas. Un *qubit* es el equivalente cuántico del bit. La diferencia entre ambos es que, mientras que el bit almacena un solo elemento (bien un "0" o un "1"), el *qubit* puede almacenar una superposición de ceros y unos, gracias a las propiedades de la Física Cuántica, lo que abriga la esperanza de multiplicar casi al infinito la potencia teórica de las futuras computadoras. Aunque todavía hoy no existe ningún procesador cuántico, numerosos investigadores han demostrado la validez del concepto de cálculo cuántico a través de experiencias que han utilizado bits cuánticos de objetos microscópicos, como los iones o los *spins* nucleares, que adolecen de la capacidad de los circuitos electrónicos, que son integrables e interconectables a cualquier escala.

El Quantronium es un componente electrónico completo conectado a un dispositivo externo sin perder por ello ninguna de sus propiedades cuánticas. La ventaja del Quantronium es que, aunque está separado del circuito exterior, permanece conectado y es medible en cualquier momento. De ahí la importancia del bit cuántico explotable en un circuito electrónico, que es el Quantronium, porque el carácter cuántico de un sistema es más fácil de mantener cuanto mayor es su tamaño.

Los átomos son cuánticos por naturaleza, pero los dispositivos electrónicos, que acumulan miles de millones de átomos y tienen conexiones con el exterior, no actúan cuánticamente.

El Quantronium resuelve esta dificultad, ya que consigue crear y mantener un estado cuántico en un circuito electrónico, lo que le ha permitido reproducir a mayor escala el estado de los átomos y abrir el camino para la construcción de procesadores cuánticos: el sueño de la industria informática. El Quantronium consigue también un tiempo de coherencia, es decir, de superposición de estados

cuánticos, en este caso de unos y de ceros, suficientemente largo para asegurar la fabricación de circuitos que posean muchos qubits acoplados en un mismo circuito (chip), lo que permitirá conseguir la computación lógico-cuántica. Por ello, el Quantronium puede considerarse como una etapa importante en el camino que conduzca (y de hecho ya conduce) a la fabricación de computadoras cuánticas, ya que alumbrará circuitos más complejos que los actuales, y permitirá la realización de todas las operaciones lógicas necesarias para elaborar un procesador cuántico. Eso no quiere decir que la fabricación de la computadora cuántica esté próxima, si bien los investigadores del Grupo Quantrónico esperan realizar una demostración de una compuerta lógica de dos qubits próximamente a una temperatura cercana al cero absoluto [- 273 ºC].

La información cuántica es un nuevo campo de investigación cuyo objetivo es aprovechar las posibilidades ofertadas por la misma Mecánica Cuántica para tratar la información de manera más eficaz. Los dos componentes básicos de este campo de investigación son, por un lado, la Criptografía Cuántica que aporta una seguridad mayor que la de la Criptografía Clásica, y por otro lado, el Cálculo Cuántico, que permite reducir radicalmente el tiempo necesario para el cálculo matemático, merced a la utilización de nuevos algoritmos basados en los principios de la Mecánica Cuántica. Diversas disciplinas están implicadas en la información cuántica, desde la Algoritmia Cuántica a la Óptica Cuántica y la Nanotecnología, pasando por la Física de la Materia Condensada, que es la que ha aportado el Quantronium.

Actividades para el lector

Consulte en el apoyo web el video “Computadoras (ordenadores) del Futuro”.

Estado de Superposición

Explica que el comportamiento de las partículas a nivel subatómico no puede ser determinado por una regla estricta que defina su función de onda. La superposición cuántica es la aplicación del principio de superposición a la Mecánica Cuántica. Ocurre cuando un objeto *posee simultáneamente* dos o más valores de una cantidad observable (por ejemplo: la posición o la energía de una partícula). La superposición cuántica permite mantener simultáneamente múltiples estados en un bit cuántico, es decir "0" y "1" a la vez; a diferencia del bit (elemento fundamental en la computación actual) que únicamente es capaz de mantener un estado discreto, alternativo, a la vez, el "0" o "1" lógico. La computación cuántica aprovecha la superposición cuántica, para lograr el paralelismo cuántico y el paralelismo cuántico masivo. Más específicamente, en la Mecánica Cuántica cualquier cantidad observable corresponde a un autovector de un operador lineal hermítico (un operador

hermítico (también llamado Hermitiano) definido sobre un espacio de Hilbert, es un operador lineal que, sobre un cierto dominio, coincide con su propio operador adjunto. Una propiedad importante de estos operadores es que sus autovalores son siempre números reales. Cuando el dominio de un operador hermítico y el de su operador adjunto coinciden totalmente, se dice entonces que es un operador autoadjunto. En un espacio de Hilbert de dimensión finita todo operador hermítico es además autoadjunto. La combinación lineal de dos o más autovectores da lugar a la superposición cuántica de dos o más valores de la cantidad. Si se mide la cantidad, el Postulado de Proyección establece que el estado colapsa aleatoriamente sobre uno de los valores de la superposición (con una probabilidad proporcional al cuadrado de la amplitud de ese autovector en la combinación lineal). Inmediatamente después de la medida, el estado del sistema será el autovector que corresponde con el autovalor medido.

Es natural preguntarse por qué los objetos (macroscópicos, newtonianos) y los acontecimientos "reales" no parecen exhibir propiedades mecánico-cuánticas tales como la superposición. En 1935, Erwin Schrödinger ideó un experimento imaginario, ahora llamado el gato de Schrödinger, que destacó la disonancia entre la mecánica cuántica y la física newtoniana. De hecho, la superposición cuántica da lugar a muchos efectos directamente observables, tales como los picos de interferencia de una onda de electrón en el experimento de doble-rendija. Si los operadores correspondientes a dos observables no conmutan, entonces no tienen autofunciones simultáneas y, por tanto, obedecen al principio de indeterminación. Un estado que tiene un valor definido de uno de los dos observables corresponde a una superposición de muchos estados para el otro observable.

Diferencia entre Mecánica Cuántica y Física Cuántica

En general hay una sutil diferencia, se habla de Física Cuántica a todos los hechos que han de ser explicados bajo la perspectiva de la teoría cuántica, de la estructura atómica, de la espectroscopia, de la física atómica y la molecular, etc. A grandes rasgos, en la Física Cuántica se estudian los fenómenos en los cuales las características cuánticas son esenciales y se pueden expresar en términos de la física cuántica más básica, hablando desde el punto de vista teórico.

Cuando se habla de Mecánica Cuántica se hace referencia al estudio de los fundamentos de la teoría cuántica, a su base teórica, al formalismo puro y duro. El estudio del espacio de estados de un sistema cuántico, como por ejemplo un Espacio de Hilbert, las diferentes visiones de la evolución de los estados como la imagen de Schrödinger, la de Heisenberg, la de Dirac, etc. El formalismo de partículas idénticas, el de momento angular cuántico, la formulación algebraica de los sistemas cuánticos, como por ejemplo; el oscilador armónico.

Se puede concluir entonces, que se llama Física Cuántica a la parte empírico-teórica que proporciona la evidencia, y la necesidad, de introducir el formalismo cuántico; y la Mecánica Cuántica es la parte que desarrolla el constructo teórico que sirve de base para las teorías cuánticas.

1

INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA Y FÍSICA CUÁNTICAS

Un libro abierto, es un cerebro que habla; cerrado, un amigo que espera; olvidado, un alma que perdona; destruido, un corazón que llora.

Proverbio hindú

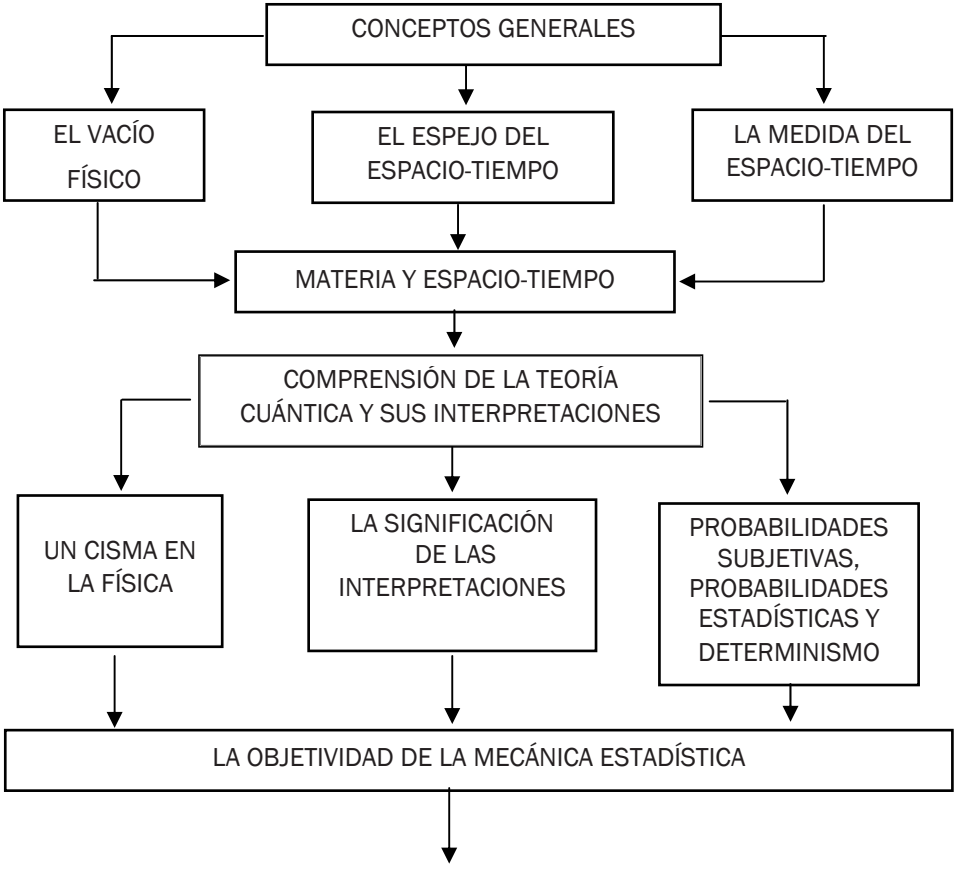
CONTENIDO

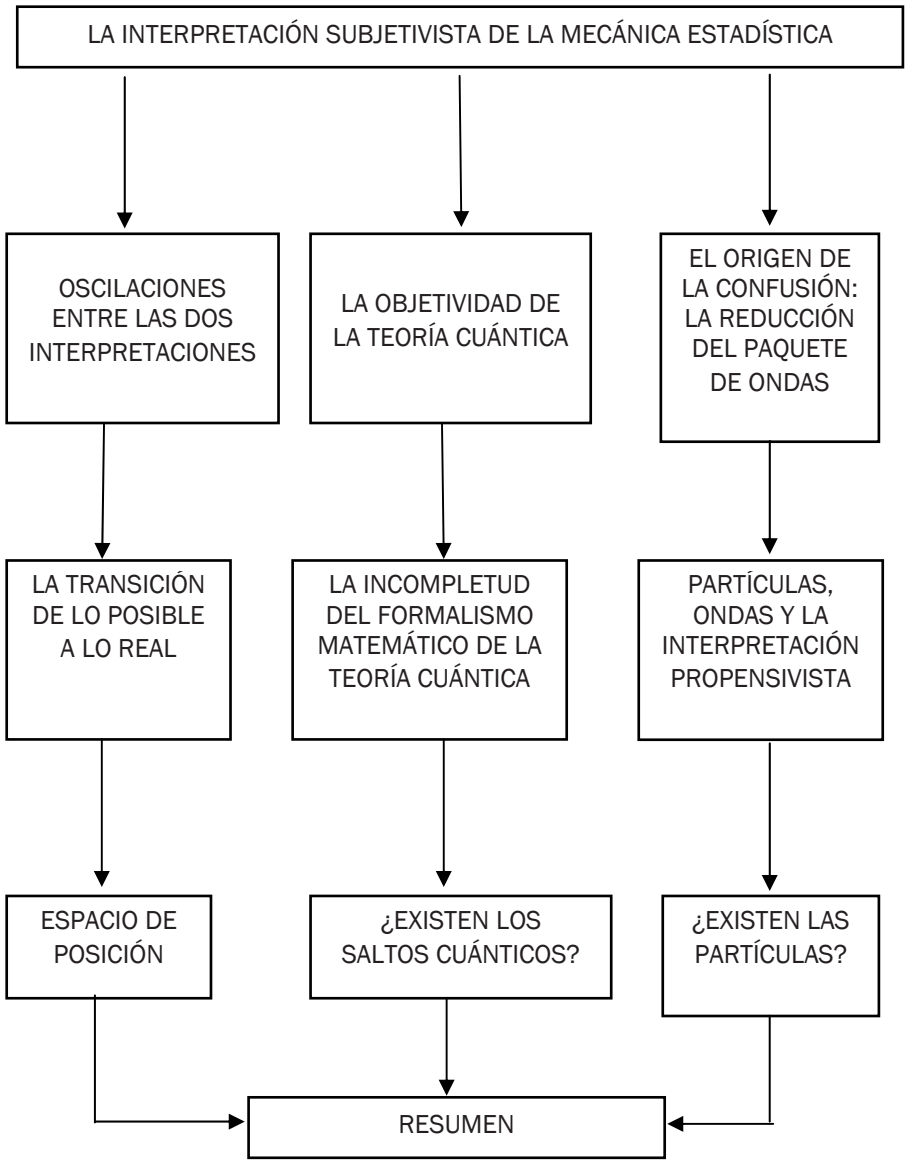
1.Conceptos generales

1.1 El vacío físico
1.2 El espejo del *espacio-tiempo*
1.3 La medida del *espacio-tiempo*
1.4 Materia y *espacio-tiempo*
1.5 Comprensión de la *teoría cuántica* y de sus interpretaciones
1.6 Un cisma en la Física
1.7 La significación de las interpretaciones
1.8 Probabilidades subjetivas, probabilidades estadísticas y determinismo
1.9 La objetividad de la *mecánica estadística*
1.10 La interpretación subjetivista de la *mecánica estadística*
1.11 Oscilaciones entre las dos interpretaciones
1.12 La objetividad de la *teoría cuántica*
1.13 El origen de la confusión: La reducción del paquete de

ondas
1.14 La incompletud del formalismo matemático de la *teoría cuántica*
1.15 La transición de lo posible a lo real
1.16 Partículas, ondas y la interpretación propensivista
1.17 Anticipaciones parciales de la interpretación propensivista
1.18 ¿Existen los saltos cuánticos?
1.19 ¿Existen las partículas?
1.20 Espacio de posición
1.21 Resumen

La secuencia para cubrir estos temas se da en el siguiente diagrama de flujo:




LA INTERPRETACIÓN SUBJETIVISTA DE LA MECÁNICA ESTADÍSTICA
OSCILACIONES ENTRE LAS DOS INTERPRETACIONES
LA OBJETIVIDAD DE LA TEORÍA CUÁNTICA
EL ORIGEN DE LA CONFUSIÓN: LA REDUCCIÓN DEL PAQUETE DE ONDAS
LA TRANSICIÓN DE LO POSIBLE A LO REAL
LA INCOMPLETUD DEL FORMALISMO MATEMÁTICO DE LA TEORÍA CUÁNTICA
PARTÍCULAS, ONDAS Y LA INTERPRETACIÓN PROPENSIVISTA
ESPACIO DE POSICIÓN
¿EXISTEN LOS SALTOS CUÁNTICOS?
¿EXISTEN LAS PARTÍCULAS?
RESUMEN

CONCEPTOS GENERALES

1.1 El vacío físico

El mundo natural en que vivimos se nos presenta como una vasta colección de objetos y eventos, todos los cuales están contenidos en un espacio tridimensional. Se perciben estos eventos como si se encadenaran en un secuencia continua en el tiempo: cada evento se ve como el causante de otro, y éste se vuelve a su vez, la causa del siguiente. Algunas veces, en el lenguaje de la Física, estas observaciones que se han hecho se plantean diciendo que el mundo natural está contenido dentro de un continuo tetradimensional, llamado *espacio-tiempo.* El propósito de este capítulo, y específico de este apartado, consiste en examinar el mundo natural con cierto detalle y descubrir algunas leyes de la naturaleza que ayuden a organizar y describir el *espacio-tiempo*. Al organizar y definir así el *espacio-tiempo*, se entenderá mejor el mundo natural. Sin embargo, antes de estudiar directamente los objetos y eventos de la naturaleza, conviene considerar el *espacio-tiempo* en sí mismo. El concepto de *espacio-tiempo* contiene la esencia de las más profundas cuestiones que como físicos o ingenieros se intente responder.

Para la persona común, un vacío es un volumen de espacio que no contiene absolutamente nada, ni partículas ni moléculas, ni nada. Pero ésta no es la forma como los físicos o los ingenieros piensan sobre el vacío. Para ilustrar un aspecto de la comprensión del vacío como físicos o ingenieros, efectúese un experimento imaginario. Las distintas partes de este experimento se han observado en el laboratorio; de manera que aunque esta secuencia particular de eventos no se haya producido como un solo experimento, en principio así podría hacerse. Habrá de empezarse con un vacío absoluto en un recipiente ideal, con paredes perfectamente reflectoras, que son aislantes de la mejor clase imaginable. No habrá radiación, ni partículas detectables, ya que a primera vista parece ser la clase de vacío compuesto de absolutamente nada.

El experimento empieza enfocando alguna luz (radiación electromagnética) dentro del vacío, a través de una ventana imaginaria que es muy pequeña y que se encuentra en una pared del recipiente. Ya que una pequeña cantidad de la luz será reflejada de regreso por la ventana, entonces más luz se enfocará continuamente hacia dentro del recipiente. Ahora se puede empezar a iluminar con luz cada vez más azul dentro de la ventana imaginaria. Pronto se observará cómo el color de la luz que escapa por la ventana indica que la *temperatura del vacío interior se está elevando.* A medida que la temperatura se eleva, la luz que escapa se vuelve más azul. A partir de este momento se descubre que un vacío puede tener temperatura. Para ver qué tan "caliente" se puede volver este vacío, continúese enviando más y más radiación dentro del recipiente con mayor rapidez que la que escapa fuera de la ventana imaginaria, como lo muestra la Fig. 1.1.

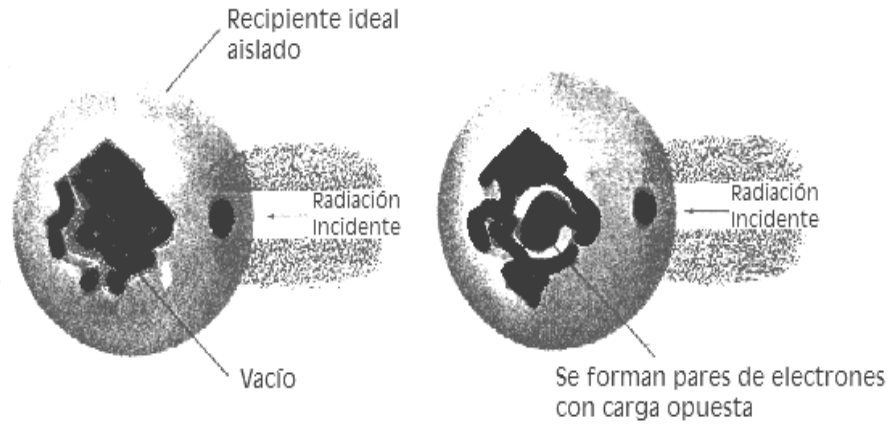


Fig. 1.1 Después de un flujo continuo de radiación electromagnética dentro de un recipiente vacío aislado, eventualmente se forman pares de electrones.

En algún instante de este experimento, un fotón de luz chocará contra otro fotón, y aparecerán dos electrones. Uno de este par de electrones estará cargado negativamente, y el otro positivamente. El vacío ya no está vacío. *El vacío contiene dos partículas de materia (los dos electrones).*

¿De dónde salieron estos dos electrones? No se encontraban en el haz de luz, aunque la energía total que poseen sí entró con la luz. Los electrones son partículas muy diferentes de los fotones de luz. Los electrones son parte de esa familia de partículas conocida como *fermiones.* Portan carga eléctrica así como otra carga llamada *número leptónico* y tienen una masa que continúa existiendo aun si los electrones son llevados al reposo. Un fotón de luz es muy diferente. Es un *bosón* y no lleva carga de ninguna especie; y un fotón traído al reposo cesa de existir.

NÚMERO LEPTÓNICO

En la física de altas energías, el número leptónico es el número de leptones menos el número de antileptones. En forma se expresa como:

$$L_n = n_l - n_{l\,-1}$$

así, todos los leptones tienen asignado el valor de +1, anti-leptones –1, y partículas no leptónicas 0. El número leptónico (a veces llamado también carga leptónica) es un número cuántico adi-tivo, esto significa que su suma es preservada en interacciones (lo opuesto a los números cuánticos multiplicativos como la paridad,

donde el producto se preserva). Al lado del número leptónico, la familia de números leptónicos está también definida:

•El número electrónico L_e para el electrón y el electrón-neutrino.

•El número muónico L_μ para el muon y el muon-neutrino.

•El número tauónico L_τ para el leptón tau y el tau-neutrino.

Con el mismo esquema de asignación que el número leptónico: +1 para partículas de la familia correspondiente, −1 para las anti-partículas, y 0 para leptones de otras familias o partículas no leptónicas.

Como físicos o ingenieros no se proclama conocer la respuesta completa al origen de estos electrones. Se tiende a pensar que los electrones están siempre allí, en una especie de estado "virtual", y que son traídos a una existencia detectable por la colisión de los fotones de luz. Se piensa en el vacío como en un "estado" del *espacio-tiempo* que no contiene partículas detectables, y de la condición siguiente (o resultante) como en un estado que contiene dos electrones. En otras palabras, se dice que alguna especie de acción aplicada al estado de vacío, creó en éste dos electrones en un "estado corpuscular". Aunque la probabilidad de que estos electrones lleguen a chocar uno contra otro sea pequeña, es posible que lo hagan.

Uno es positivo y el otro negativo; son, de alguna profunda manera, totalmente diferentes uno del otro y sin embargo al mismo tiempo muy parecidos. Si llegaran a chocar habría una transición de regreso al estado de vacío. Esto es, los dos electrones desaparecerían y los dos fotones aparecerían en su lugar. A esto se denomina comúnmente *aniquilación de materia-antimateria*. Es ahora posible preguntarse: ¿Adónde fueron?, ¿están presentes aún en una forma no detectable?

Manténganse dos electrones detectables en el recipiente junto con la radiación que se envió. Supóngase que no chocan por largo tiempo, durante el cual se vierte más radiación a través de la ventana. Un proceso continuo de colisiones entre fotones producirá más pares de electrones, y las colisiones de los fotones con los electrones, calentarán los electrones y producirán más pares. La radiación sigue incidiendo y la temperatura sigue aumentando hasta que, finalmente, cuando un fotón choca contra un electrón, se produce un par de muones positivo-negativo. Otra vez, algo nuevo se encuentra en el vacío en la forma de *muones*, y éstos son diferentes de los pares de electrones formados previamente. Por otra parte, los *muones son radiactivos.*

Si el espacio es calentado continuamente enviando más y más radiación dentro de la ventana (más rápido de lo que puede escapar), empezarán a aparecer

partículas llamadas mesones *pi o piones*. Otra nueva entidad se encontrará dentro del recipiente en la forma de una fuerza nuclear muy interna que los mantiene unidos. Los piones son muy diferentes tanto de los muones como de los electrones. Con mayor calentamiento, eventualmente aparecerán pares protón-antiprotón y neutrón-antineutrón, y así se tendrán los materiales de que están hechos todos los núcleos atómicos.

Ahora es posible preguntarse: ¿De dónde vinieron estas partículas? De estados virtuales en el vacío, es la respuesta de los físicos o de los ingenieros. A continuación, se debe preguntar: ¿Estaba el vacío realmente vacío? Se puede responder que si se ha observado la producción de partículas en el vacío, entonces no estaba vacío. Si la aparición de pares partícula-antipartícula puede llamarse evidencia de un vacío "detectable", entonces se debe concluir que el vacío estaba atestado con electrones, muones, protones y neutrones, así como de otras partículas que aparecen a medida que continúa el calentamiento del espacio. Y se puede razonar que el vacío no sólo tiene una temperatura definida, sino que también contiene un surtido inimaginablemente denso de todas las partículas existentes en la naturaleza. ¡Ciertamente no es una región de la nada absoluta! Como se ha visto, con la aparición de protones y neutrones, así como de electrones en el espacio, se tienen los materiales necesarios para construir todos los elementos y compuestos (o materia) conocidos en la naturaleza.

Además de la construcción de elementos que continuamente acaece en el recipiente original, también habrá partículas que choquen frecuentemente contra antipartículas y se desvanezcan, dejando fotones en su lugar. *Establecido un equilibrio entre la materia y la radiación electromagnética, estarán presentes todos los componentes necesarios para construir una parte real del universo.* Además, las partículas que han sido producidas son idénticas a sus contrapartes en cualquier parte del universo. Los electrones y protones que habrá en el recipiente son idénticos a los electrones y protones encontrados en las más antiguas rocas o en las más lejanas estrellas. La conclusión es que el espacio en general contiene un denso surtido de todas las partículas conocidas y que éstas son detectables con la ayuda de la radiación electromagnética (luz); por esto se dice que el vacío físico es algo muy real.

1.2 El espejo del espacio-tiempo

En la discusión del vacío físico, se mencionaron los conceptos de materia y antimateria. Conviene hacer una pausa e investigar un poco más este fenómeno. Se ha dicho que una partícula es justamente lo opuesto de su antipartícula, pero que las dos son muy parecidas. Considérese un objeto situado frente a un espejo plano y supóngase que se puede ver el objeto, así como su imagen. En apariencia el objeto y su imagen son parecidos, pero son inversos el uno de la otra, como la mano izquierda lo es de la derecha. La imagen contiene la misma distribución de luz y color que el objeto, pero en sentido inverso.

Ahora supóngase que hay un objeto con una distribución de cargas eléctricas sobre él, y también supóngase que el espejo es de cobre pulido y está conectado a una tierra física. De nuevo hay una imagen óptica invertida del objeto, pero ahora la imagen tiene una distribución de carga semejante a la del objeto, sólo que la distribución *está invertida en signo eléctrico.* Si hay una concentración de cargas *positivas* en la parte superior del objeto, habrá una concentración similar de cargas *negativas* sobre la parte superior de la imagen. En este experimento, el objeto está un poco más cerca de ser igual a su imagen, excepto por la inversión.

En último caso, el *espacio-tiempo* constituye una especie de espejo perfecto (uno que refleja todos los aspectos de cada partícula fundamental y al hacerlo así también invierte a cada una). Cada partícula tiene una "reflexión" en este espejo perfecto del espacio-tiempo, y cada propiedad de la partícula está fielmente contenida en su imagen, en un sentido inverso. En este caso, importa poco cuál sea llamado el objeto y cuál la imagen. Son exactamente "semejantes", pero están invertidos en todos los sentidos, el uno con respecto a la otra.

Se puede entonces pensar que la naturaleza está compuesta de un vasto número de partículas y de sus correspondientes antipartículas. Estando contenida así, cada una, en el espejo perfecto del *espacio-tiempo*, pueden hallarse muy distantes entre sí, pero ambas están "en" el espejo. ¿Qué pasa cuando un objeto se acerca a su imagen y "choca" contra ella? Se puede retornar al caso de las imágenes ópticas para trazar una analogía. Si se observa una hoja colgante de la rama de un árbol sobre la superficie de una piscina en calma, se ve la hoja y su imagen. Ahora déjese que la hoja caiga hacia el agua. La imagen y la hoja "chocan" cuando la hoja llega a la superficie del agua. Ambas se desvanecen a medida que la hoja se hunde. En su lugar, una serie de ondas concéntricas se expanden hacia afuera del punto de la colisión.

Ésta es una analogía, pero muy inadecuada. Cuando una partícula y su antipartícula se combinan en una colisión, ambas se desvanecen completamente y se producen algunos fotones de radiación electromagnética o, en algunos casos, se forman *piones*, que se alejan rápidamente del sitio de la colisión. Es posible preguntarse: ¿Dónde está la imagen particular de este electrón particular que hay en la punta de una pluma? ¿Tiene una imagen particular correspondiente y única? Un pensamiento adicional recuerda que todos los electrones negativos son idénticos entre sí. Cualquier electrón positivo puede servir como imagen para un electrón negativo y viceversa.

Por consiguiente, todas las propiedades físicas de la materia son en algún sentido reflejadas en el *espacio-tiempo*, y estas reflexiones constituyen la antimateria. Sin embargo, debe hacerse a un lado una propiedad en la cual lo dicho puede que no se mantenga: *la propiedad de estar vivos*. La propiedad de la vida aparentemente no es *reflejada* en el *espacio-tiempo*, y aunque sea una propiedad perfectamente evidente de muchos objetos, no se puede considerar que la vida esté

"en" el *espacio-tiempo en el mismo sentido en que las propiedades físicas lo están.* No existe evidencia de una "antivida", sino únicamente de la ausencia de vida en casos particulares.

1.3 Medida del espacio-tiempo

Se ha aprendido, en estudios anteriores de ciencias naturales, a considerar la naturaleza en sus muchos aspectos diferentes, que diversamente se denomina la masa, la energía, la fuerza, el momento, la carga eléctrica, etc. Empero, es importante recordar que ninguna de estas cualidades es medida nunca en un sentido directo. Se debe aprender que todo cuanto se hace (en último término), al efectuar una observación científica es medir intervalos de espacio e intervalos de tiempo (Feynman, Leighton y Sans, 1994).

Todas las otras cantidades se derivan de estas medidas. Los intervalos espaciales se pueden medir directamente con alguna especie de barra para medir (por ejemplo, con un metro), o pueden ser indicados por alguna especie de escala de resorte (por ejemplo, por las posiciones variables de una balanza de aguja).

Otro método para efectuar la medición de un intervalo de distancia consiste en considerar el intervalo de tiempo que le toma a un pulso de radiación electromagnética salir y regresar después de ser reflejado. Así, se nota que existe una cercana relación entre los intervalos temporales y los espaciales. En forma análoga, las distancias desde un pico a otro de algunas ondas en un medio determinado, puede usarse como una medida de intervalos temporales. Más a menudo, sin embargo, la medición de un intervalo temporal se efectúa anotando las posiciones sucesivas de las manecillas de un reloj. En la misma forma en que los intervalos de tiempo pueden estar íntimamente relacionados con los intervalos de espacio, también es verdad lo contrario. De hecho, todas las otras cantidades de las cuales se habla en Física pueden derivarse de estas dos especies de intervalos. Tal vez se debiera ser más consciente de los métodos al hacer estas mediciones básicas.

Considérese por un momento la medición directa de un intervalo espacial con barras para medir. Se coloca un metro a lo largo del intervalo de tal manera que el cero coincida con uno de los extremos del intervalo, y entonces se anota el número de centímetros enteros que mide. A la siguiente parte de centímetro se le divide, por ejemplo, en décimas. Se anota el número entero de estas décimas y a la siguiente parte de una décima de centímetro se le vuelve a subdividir. Se puede continuar haciendo esto, utilizando en lugar de un metro un microscopio y después un interferómetro, hasta que se alcance el límite de la habilidad para dividir el siguiente intervalo en partes. La respuesta es un número decimal con ocho o nueve dígitos.

Cuando se ha alcanzado el límite de la habilidad para dividir el espacio restante, y tener aún un número finito, racional, decimal por respuesta, se supone que, en principio, si se pudieran diseñar instrumentos más sensitivos se podría

proceder a dividir el intervalo restante en partes aún más pequeñas *ad infinitum.* Supóngase que el espacio que se ha medido con un número finito de pasos puede ser medido con una infinidad de pasos hasta que el trozo de intervalo restante constituya un número "infinitesimal". ¿Cómo se hace esta suposición? Se hace cuando las mediciones se usan como valores numéricos en las expresiones del cálculo diferencial e integral. El cálculo infinitesimal es en sí mismo el modelo matemático de la suposición que se ha hecho. Recuérdese que en cálculo, las razones de los intervalos se aproximan a un límite a medida que los intervalos se aproximan a cero. La analogía de esta suposición implica, entonces, que se puede pensar el *espacio-tiempo* como una entidad continua.

Así, se supone que, lógicamente, se puede considerar cualquier intervalo de *espacio-tiempo*, no importa lo pequeño (o infinitesimal) que el intervalo pueda ser. Sin embargo, se debe recordar que no hay razón lógica para considerar que los intervalos son infinitesimales, que el hecho de que las matemáticas que describen tal continuo son más simples de lo que serían si hubiera algún intervalo más pequeño pero finito de *espacio-tiempo* (Greenberg y otros, 1969). Ninguna teoría coherente de la física se ha construido aún sobre la base de una estructura no-continua, discreta, del *espacio-tiempo*. Pero debe recordarse, de nuevo, que ninguna razón obliga a considerar el *espacio-tiempo* como un continuo distinto a la conveniencia de las matemáticas. Todavía se tiene mucho que aprender en cuanto se refiere a la estructura del *espacio-tiempo*.

1.4 Materia y espacio-tiempo

Se empezó este capítulo discutiendo los objetos materiales que estaban contenidos en un espacio tridimensional, y es posible que se hayan utilizado palabras equivocadas cuando se dijo que la materia estaba "contenida" en el espacio. Si se examina cuidadosamente esta declaración, se ve que implica que el continuo *espacio-tiempo* es, simplemente, un trasfondo pasivo en el cual los objetos materiales están de alguna forma incrustados. Ciertamente ésta es la forma de cómo el *espacio-tiempo* es tratado en la Física y en la Filosofía Clásica. Se consideraba que el espacio era un vasto recipiente de alguna clase, que proveía campo para que los objetos del universo se movieran y ejercieran sus mutuas influencias entre sí.

Sería bueno considerar, por otro lado, si de alguna manera la existencia de objetos materiales podría ser debido a la "geometría" del *espacio-tiempo* mismo y, además, que la materia podría ser una propiedad más de un *espacio-tiempo* que lo abarca todo. Éste fue el punto de vista adoptado por Albert Einstein a principios del siglo XX en sus esfuerzos por construir una Teoría General de la Relatividad. Él postuló que la existencia de fuerzas de cualquier clase, podría considerarse como una manifestación de algunas curvaturas particulares en el *espacio-tiempo*, que producían aceleraciones. Todas las fuerzas, ya sean gravitacionales, eléctricas, nucleares, etc., son, tal vez, sólo simples modelos convenientes de una situación general más compleja en la cual una curvatura produce la masa. La concepción de

la relatividad general presentada por Einstein es bien resumida por Erwin Schrödinger en 1950: *La aspiración ideal, la meta última de la teoría, es ni más ni menos que esto: Un continuo tetradimensional dotado de una cierta estructura geométrica intrínseca, una estructura que está sujeta a ciertas leyes inherentes puramente geométricas, debe ser el modelo adecuado del mundo real a nuestro alrededor en el espacio y en el tiempo, con todo lo que contiene incluyendo su comportamiento total, el despliegue de todos los eventos que en él tienen lugar.*

Ésta es, desde luego, una descripción muy diferente del simple modelo de recipiente con que se inició la discusión. Cuál visión de las relaciones que existen entre el *espacio-tiempo* y la materia es la correcta (si alguna lo es), constituye uno de los problemas esenciales que enfrenta la Física Moderna. Permanece para que las futuras generaciones de físicos e ingenieros la resuelvan. En este texto, sólo se puede asistir a los futuros científicos e ingenieros para iniciar esta gran tarea.

1.5 Comprensión de la *teoría cuántica* y de sus interpretaciones

A los críticos de la interpretación de Bohr y de Heisenberg de la *teoría cuántica* se les descarta, por lo general, como reaccionarios que suspiran por los viejos tiempos (los tiempos de la Física Clásica, los tiempos en los que las teorías no eran abstractas, sino que era posible formarse una imagen mental con ayuda de modelos mecánicos; y los tiempos del determinismo). Por lo tanto, se supone que conviene repetir que se admira ardientemente las nuevas ideas, sobre todo en la Física, incluidas las ideas que no han tenido éxito.

También se está convencido de que el carácter "abstracto" de una nueva teoría no es un argumento en contra suya, y que lo que le parece "abstracto" a una generación de físicos puede no parecérselo ya a la siguiente. (Es posible establecer ejemplos para ilustrar lo anterior.) Y, puesto que se tiene que volver a hacer hincapié en ello, se recomienda ser indeterminista.

Estado del Conocimiento sobre la Física Cuántica

Desde que Popper escribió su Post Scriptum a mediados de la década de los años 50, se han publicado una serie de ensayos en los que se desarrollan sus ideas sobre la Física Cuántica. Entre ellos se incluyen los siguientes: The Propensity Interpretation of the Calculus of Probability, and the Quantum Theory, en Observation and Interpretation: Proceedings of the Ninth Symposium of the Colston Research Society, Bristol, ed. S. Körner, 1957, pp. 65–70 y 88–9; The Propensity Interpretation of Probability, en The British Journal for the Philosophy of Science, 10, 1959, pp. 25–42; "Philosophy and Physics". Atti del XII Congresso Internazionale di Filosofia, Venecia, 1958, 2, 1960, pp. 367–74; Quantum Mechanics

Without the "Observer", en Quantum Theory and Reality, ed. [Anuario Bunge, 1967, pp. 7-44; Birkhoff and von Neumann's Interpretation of Quantum Mechanics, Nature, 219, 17 de agosto de 1968, pp. 682-5; Quantum Theory, Quantum Logic and the Calculus of Probability, en Akten des XIV Internationalen Kongresses fur Philosophic III, Viena, 1969, pp. 307-313; A Realist View of Logic, Physics and History, en Wolfgang Yourgrau y Allen D. Breck, eds., Physics, Logic and History, 1970, pp. 1-30, 35-37; Article Annihilation and the Argument of Einstein, Podolsky and Rosen, en Wolfing Yourgrau y Alwyn van der Merwe, eds., Perspectives in Quantum Theory: Essays in Honor of Alfred Lande, 1971, pp. 182-198; y "A Realist View of Logic, Physic and History" (Consideración Realista de la Lógica, la Física y la Historia), capítulo 8 de Conocimiento objetivo (Obj. Kn., 1972).

Véase también la autobiografía intelectual de Popper y las réplicas a sus críticos en P. A. Schilpp, ed., The Philosophy in Karl Popper, 1974, pp. 71-77, 101-105, 108-110, 121-133, 1 0531 058, 1 125-1 144. La autobiografía intelectual de Popper se ha vuelto a publicar como Unended Quest, 1976 y las referencias serán normalmente a la última edición (la autobiografía está traducida al español como Búsqueda sin término: Una autobiografía intelectual, Madrid, Editorial Tecnos, 1977.

Las referencias se harán, aquí, a la traducción. Dos de los artículos que se acaban de citar: Birkhoff and Von Neumann's Interpretation of Quantum Mechanics, 1968, y "Particle Annihilation and the Argument of Einstein, Podolsky and Rosen", 1971; contienen algunos puntos y argumentos que Popper no sostiene ya.

Igualmente, es posible consultar adicionalmente a los siguientes autores y trabajos: Benioff, P. (1984), Comments on Dissipation, in Phys. Rev. Lett., 53, 1 203; Benioff, P. (1986), Quantum Mechanical Hamiltonian Models of Computers, in Acad. Sci.; Bennett, Ch., Brassard, G., Crépeau, C. and Jozsa (1993), Teleporting an unknown Quantum State via dual Classical and Einstein-Podolsky Rosen Channel, in Phys. Rev. Lett.., 70, 1 895-1 899; Deutsch, D. A., Barenco, A.., Ekert, A. and Jozsa, R. (1995), Conditional Quantum Dynamics and Logic Gates, in Phys. Rev. Lett., 74, 4 083-6; Grover, L. (1999), Quantum Computing, in The Sciences; Glassner, A. (2001),

Quantum Computing, Part 1, in Andrew Glassner´s Notebook; Keyes, B. (2005a), After the Transistor, the Qubit?, IBM Research Division; Keyes, B. (2005b), Challenges for Quantum Computing with Solid-State Devices, IBM Research Division; Knigths, M. (2007), The Art of Quantum Computing; Narayanan, A. (1999), Quantum Computing for Beginners, University of Exeter; Nielsen, M. and Chuang, I. (s/a), Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge University Press; Vidya, R. C., Phaneedra, H. and Shivakumar, M. S. (2006), Quantum Algorithms and Hards Problems, Addison-Wesley; Berthiaume, A. and Brassard, G. (1994), Oracle Quantum Computing, in Journal of Modern Optics, Vol. 41, no. 12; Bennett, C. H., Bernstein, E., Brassard, G. and Vazirani, U. (1996), Strengths and Weaknesses of Quantum Computing, in The SIAM Journal on Computing Boyer; M. Brassard G., Hoyer, P. and Tapp, A. (1996), Tight Bounds on Quantum Searching Proceedings, in Phys. Comp.; Beckman, D., Chari, A. N., Devabhaktuni, S. and Preskill, J. (1996), Efficient Networks for Quantum Factoring, in Phys. Rev., 54, 1 031-1 063; Benioff, P. (1980), The Computer as a Physical System: A Microscopic Quantum Mechanical Hamiltonian Model of Computers as Represented by Turing Machine, in Journal of Statistical Physics; Bernstein, E. and Vazirani, U. (1993), Quantum Complexity Theory, in proceedings 25th ACM Symposium on Theory of Computing, pp. 11-20; Deutsch, D. (1985), Quantum Theory. The Church-Turing principle and The Universal Quantum Computer, in Proc. Royal Society London Ser. 400; Dürr, C. and Hoyer, P. (1996), A Quantum Algorithm for Finding the Minimum, in lanl preprint, qunat-ph/9602016; Deutsch, D. and Jozsa, R. (1992), Rapid Solution of Problems by Quantum Computation, in Proceedings Royal Society of London 400; Elitzur, A. and Vaidman, L. (1993), Quantum Mechanical Interaction Free Measurements in Foundations of Physics 23, pp. 987-997; Kwiat, P.; Weinfurter, H. and Zeilinger, A. (1996), Quantum Seeing in The Dark, in Scientific American; Grover, L. K. (1996), A Fast Quantum Mechanical Algorithm for Estimating the Median, in lanl e-print quant-ph/9607024; Mulmuley, K,, Vazirani, U. and Vazirani, V. (1987), Matching is an Easy as Matrix Inversion, in Combinatorica, 7, pp. 105-131; Shor, W. (1994), Algorithms for Quantum Computation: Discrete Logarithms and Factoring, in Proceedings, 35th Annual Symposium on Fundamentals of Comp. Science (FOCS), pp. 124-134; Simon, D. (1994), On the Power Quantum Computation, in Proceedings, 35th

Annual Symposium on Fundamentals of Comp. Science (FOCS), pp. 116-123; Valiant, L. G. and Vazirani, V. (1986), NP is as Easy as Detecting Unique Solutions, in Theory Comp. Sc. 47, pp. 85-93; Yao, A. (1993), Quantum Circuit Complexity, in Proceedings, 34th Annual Symposium on Fundamentals of Comp. Science (FOCS), pp. 352-361; entre muchos otros. [Véase la bibliografía consultada al final de cada capítulo.]

Se dedica gran parte de *La Lógica de la Investigación Científica (L.I.C.)* a los problemas de la *teoría cuántica*. Pero la *teoría cuántica* es también un área en la que las ideas han evolucionado y cambiado significativamente, y se pretende presentar el pensamiento actual sobre esas cuestiones en las páginas que siguen. Antes de entrar en detalles, deben enunciarse brevemente cinco puntos que indican cómo han cambiado las ideas actuales con respecto a las anteriores sobre la *mecánica cuántica* (Popper, 1996):

1. Un argumento, que se refería a la *teoría cuántica*, sobre el que se puso mucho énfasis en el texto de la *L.I.C.* es el experimento propuesto en el tema de *El vacío físico*.
2. No obstante, la crítica a la interpretación de Heisenberg y de Bohr de la *teoría cuántica* (normalmente denominada ahora "Interpretación de Copenhague") es válida, ya que se sostiene por sí sola. Además, el propio experimento ya referido en la nota 1 de pie de página, puede ser sustituido por otro: el famoso experimento imaginario de Einstein, Podolsky y Rosen. Ambos experimentos son válidos.
3. Además de la antigua y tradicional crítica a la Interpretación de Copenhague, se sostiene que la *tesis positiva de que el problema de interpretar la* teoría cuántica *está ligado al de interpretar la teoría de la probabilidad.* Así pues, la *teoría cuántica* tendría que interpretarse como una teoría estadística sobre agregados (o "colectivos") en el caso de que la teoría de la probabilidad tuviese que ser interpretada de ese modo.
4. Pero si la teoría de la probabilidad puede interpretarse como una teoría de las propensiones, entonces la *teoría cuántica* puede interpretarse del mismo modo. Es más, si, en efecto, se interpreta la *teoría cuántica* como una teoría de las propensiones físicas, entonces se pueden resolver todas esas dificultades que han dado lugar a la Interpretación de Copenhague.
5. Cuando a principios de la década de 1930 se refutó por primera vez lo que ahora se llama la Interpretación de Copenhague, *eran preocupantes las tendencias* antirracionales inherentes a ella.

En aquel momento se sugirió que la interpretación subjetiva de la Probabilidad era la responsable de ello: en efecto, la interpretación subjetiva induce a sus adictos a aficionarse a una droga intelectual. Más peligrosa incluso (porque es aún

más narcótica), la *mezcla* de las interpretaciones: subjetiva y objetiva de la probabilidad. Desde entonces se ha aprendido mucho y cambiado de opinión en un punto fundamental: se ha renunciado a la interpretación frecuencial en favor de la propensivista. (Las dos son interpretaciones *objetivas.)*

Pero hay que estar convencido, más firmemente que nunca, de que la mezcla mortal de las interpretaciones objetiva y subjetiva de la probabilidad, ha creado todos esos síntomas irracionales, tales como el sueño de la interferencia teórico-cuántica del sujeto con el objeto del conocimiento. Lo que no se vio hace algunos años, fue la estrecha conexión entre esta mezcolanza y la interpretación determinista de la Física Clásica (Popper, 1996). Finalmente, puede resultar que este prejuicio determinista inconsciente sea el principal culpable de la teoría subjetiva de la probabilidad y de sus consecuencias: la invasión de la Física por la Mística.

1.6 Un cisma en la Física

Han existido muchas discusiones sobre el problema de *interpretar el formalismo de la teoría cuántica.* Un aspecto notable de esas discusiones fue el desarrollo de una división en la Física. Emergió algo que puede describirse con justicia como una ortodoxia cuántica: una especie de partido o de escuela o de grupo, dirigido por Niels Bohr, con el apoyo muy activo de Heisenberg y Pauli; simpatizantes menos activos fueron Max Born y P. Jordan y quizá incluso Dirac. En otras palabras, todos los hombres más grandes de la teoría atómica pertenecían al grupo, menos dos grandes hombres que disintieron con fuerza y consistencia: Albert Einstein y Erwin Schrödinger. Durante un tiempo, después de proponer su nada ortodoxa teoría de las ondas piloto, Louis de Broglie pareció haberse unido a la ortodoxia; pero más tarde volvió a disentir, animado por el redescubrimiento de David Bohm de esas ondas piloto. Alfred Lande, que durante muchos años estuvo de acuerdo con la postura de Bohr, también disintió más tarde, por razones bastante distintas; en realidad, simplemente a consecuencia de un decidido esfuerzo por *entender.* Al contrario que los ortodoxos, los disidentes se hallan lejos de estar unidos. No hay dos entre ellos que estén de acuerdo (excepto, quizá, de Broglie y Bohm).

Hay incluso un tercer grupo de físicos, y quizá sea el más numeroso. Lo forman los que han dado la espalda a esas discusiones porque las consideran, con toda razón, filosóficas, y porque creen, sin ninguna razón, que las discusiones filosóficas no son importantes para la Física. A este grupo pertenecen muchos de los físicos más jóvenes que han crecido en un momento de súper especialización y en la nueva tradición que está desarrollándose actualmente, del culto a la estrechez y del desdén por la generación más vieja, formada por no especialistas (cuyos miembros les parecen antediluvianos): una tradición que puede llevar fácilmente al fin de la ciencia y a su sustitución por la tecnología (Acosta, Cowan y Graham, 2000).

¿Cuál es la significación o el significado de esta disensión? Hay dos cuestiones estrechamente relacionadas. *...Todos los físicos convienen*, escribe Pauli (1948), *en que la actual teoría cuántica, que es insuficiente para explicar la naturaleza atomística de la electricidad y... los valores-masa de las partículas "elementales"... sólo puede tener una esfera limitada de aplicación*. Dicho de otro modo, todos los físicos convienen en que hace falta una nueva teoría, a pesar del maravilloso éxito de la *teoría cuántica*. Algunos lo admiten de mala gana, mientras que algunos disidentes señalan que la teoría actual está, en realidad, refutada en diversos puntos, aunque ninguna de las refutaciones es inequívoca. (Las refutaciones rara vez son totalmente inequívocas: se puede recordar el *Perihelio de Mercurio*).

Perihelio de Mercurio

Al ser un planeta cuya órbita es inferior a la de la Tierra, Mercurio periódicamente pasa delante del Sol, fenómeno que se denomina tránsito astronómico (véase tránsito de Mercurio). Observaciones de su órbita a través de muchos años demostraron que el perihelio gira 43" de arco más por siglo de lo predicho por la Mecánica Clásica de Newton. Esta discrepancia llevó a un astrónomo francés, Urbain Le Verrier, a pensar que existía un planeta aún más cerca del Sol, al cual llamaron Planeta Vulcano, que perturbaba la órbita de Mercurio. Ahora se sabe que Vulcano no existe; la explicación correcta del comportamiento del Perihelio de Mercurio se encuentra en la Teoría General de la Relatividad.

Algunos disidentes tienen la impresión de que los que pertenecen a la ortodoxia se inclinan a restar importancia a esos puntos o a echar tierra sobre ellos por medio de reinterpretaciones. Ésta es una de las cuestiones.

1.7 La significación de las interpretaciones

La segunda cuestión es, quizá, más importante. Puesto que todos los físicos, como dice Pauli, tienen la esperanza de que se reforme la teoría; existe el problema de cómo buscar esa reforma. Hay, principalmente, dos métodos. Uno es reflexionar sobre el formalismo matemático y tratar de alterarlo y, si es posible, generalizarlo. El otro es tratar de interpretar el formalismo, de entenderlo desde el punto de vista físico, con la esperanza de obtener una mayor comprensión de sus dificultades e imperfecciones físicas (Glassner, 2001).

Estos dos métodos (si puede llamárseles así) no tienen por qué excluirse mutuamente. Sin embargo, la principal cuestión en juego es, sin duda, la cuestión entre ellos. Porque la ortodoxia ha adoptado una perspectiva que es compatible sólo con el primer método: dar vueltas al formalismo. Contrariamente a esto, cada uno

de los disidentes ha propuesto nuevas interpretaciones físicas en un intento de *entender* la situación física.

Si se quiere considerar con más atención esta última cuestión: el problema de *entender* las teorías, entonces se puede percibir que el partido ortodoxo representa, en su actitud hacia la *teoría cuántica*, una teoría filosófica sobre la naturaleza de la ciencia que entraña la futilidad del intento de los disidentes de entender. Es la concepción de que no hay nada que entender: que no se puede hacer otra cosa más que *dominar el formalismo matemático y* aprender a *aplicarlo.* Esta concepción, que Bohr y otros miembros de la ortodoxia se han esforzado en establecer, la dan prácticamente por sentada los miembros del tercer grupo, al que pertenecen la mayoría de los físicos más jóvenes y más duros. Se llama a esta concepción *instrumentalismo* o, de un modo más completo, *la interpretación instrumentalista de las teorías científicas.* [Véase Popper, *Realismo y el objetivo de la ciencia (R. & A. of Sc.),* tomo I de su *Post Scriptum,* secciones 10-16; también *El desarrollo del conocimiento científico & R.,* capítulo 3. Una vez leído el texto citado, establezca sus argumentos sobre el tema propuesto. Argumente sus ideas.]

Es la concepción de que todas las teorías científicas, o algunas, no son *nada más* que formalismos matemáticos que tienen aplicaciones útiles, en especial para la predicción de los resultados de los experimentos. El énfasis está aquí en "nada más"; porque todo el mundo, incluso los realistas más ardientes, admiten, naturalmente, que las teorías son *también* formalismos y que son instrumentos estupendos para las predicciones y para otras aplicaciones. Así, la concepción instrumentalista es ampliamente aceptada hoy, pero su victoria fue preparada por la interpretación de Bohr de la *teoría cuántica.*

No todo el mundo está satisfecho con esta situación. Resulta especialmente poco satisfactoria para aquellos que no ven en la Física un instrumento para las predicciones u otras aplicaciones prácticas, sino, más bien, un instrumento (si es que tiene que ser instrumento por fuerza) para entender el mundo en que se vive, para *explicar* este mundo. Esto se vio muy claramente, por ejemplo, en la larga discusión entre Bohr y Einstein, que duró desde 1927 hasta 1949 [*cf.* Niels Bohr, "Discussion with Einstein on Epistemological Problems in Atom Physics", en P. A. Schilpp, ed. *Albert Einstein: Philosopher-Scientist,* 1949. Al realizar la confrontación de los dos autores, establezca las diferencias de dichas opiniones y dé su punto de vista argumentando sus respuestas], y que Einstein continuó hasta 1953 [*cf.* A. Einstein, "Elementare Überlegungen zur Interpretation der Grundlagen Quantenmechanik", en *Scientific Papers Presented to Max Born,* 1953. Éste debe de haber sido uno de los últimos artículos de Einstein, si no es que el último. Establezca las diferencias de las dos posturas confrontadas. Argumente sus respuestas].

Los realistas, como Einstein y Schrödinger, piensan que las teorías no son sólo instrumentos sino que son, además, intentos de describir una realidad física. *Yo creo en un mundo de algo que tiene una existencia objetiva que yo trato de*

capturar mediante teorías osadamente especulativas, escribió alguna vez Einstein a Born [en una carta con fecha del 7 de noviembre de 1944, citada por M. Born en su *Natural Philosophy of Cause and Chance,* 1949, p. 122]. Naturalmente, Einstein creía que sus teorías, "osadamente especulativas", tenían que ser severamente contrastadas y, por esa razón, *tenían* que ser instrumentos de predicción. Pero lo que él perseguía (aunque sabía que sería muy difícil de capturar) era el mundo real, del que esperaba dar una descripción verdadera

Nada más fácil que denunciar este tipo de declaraciones como metafísicas, filosóficas o carentes de sentido. *Lo que queremos son hechos y números*, se oye decir por todas partes, *no queremos discusiones filosóficas*. Algunos físicos inflexibles de la generación actual parecen no tener interés por tales discusiones, o, si lo tienen, se las dejan a Niels Bohr. En lo que están interesados es en 1) *un formalismo,* y 2) *su aplicación;* y nada más.

Pero este instrumentalismo, esta actitud, tan de moda, de ser duro y no soportar necedades (especialmente necedades filosóficas) es, ella misma, una vieja teoría filosófica, por muy moderna que pueda parecer. Durante mucho tiempo, la Iglesia utilizó la concepción instrumentalista de la ciencia como un arma contra una ciencia naciente. *Podréis forjar instrumentos, artefactos, pero no podréis, con la luz de vuestra sola razón, descubrir ninguno de los secretos ocultos de este mundo*; éste es, brevemente, el argumento con el que el cardenal Bellarmino se opuso a las enseñanzas de Galileo sobre el sistema copernicano y con el que el obispo Berkeley se opuso a Newton.

Se ha contado un poco de esa historia [*cf.* en el artículo: "Three Views Concerning Human Knowledge", en *Contemporary British Philosophy*, editado por H. D. Lewis, en 1956. Véase también: "A Note on Berkeley as a Precursor of Mach", *Brit. Journ. Phil, Science,* 4, 1953, pp. 26 y ss. Ambos artículos han sido reimpresos en *El desarrollo del conocimiento científico* (C. & R., 1963). Una vez hecha la confrontación de los artículos, establezca en qué consisten las diferencias de sus posturas. Argumente sus respuestas], donde también se trata de mostrar que la filosofía instrumentalista es un credo expuesto a ser utilizado con ánimo defensivo, en un intento de *escapar a las refutaciones.* Porque un instrumento no aspira a la verdad y, por tanto, no puede ser falseado, en el sentido en el que una teoría que tiene esas aspiraciones, puede ser falseada. Así, el instrumentalismo no hace más que resucitar una filosofía de antigüedad considerable. Pero los instrumentalistas modernos, claro, no se percatan de que están filosofando. En consecuencia, ni siquiera se percatan de la posibilidad de que su moderna filosofía pueda ser, en realidad, acrítica, irracional y censurable.

No se tiene la intención, no obstante, de tratar sobre la teoría cuántica o el cisma en Física a la luz del problema del realismo contra el instrumentalismo. Se quiere tratar este problema bajo un aspecto diferente: el de una Teoría de la Probabilidad. La preocupación por una interpretación física, al contrario que el andar a

vueltas con las fórmulas, lleva a atacar el problema de una interpretación objetiva (incluso física) de la Probabilidad. Para que no se interprete mal, se debe dejar claro lo que *no* se quiere decir con comprensión física y con interpretación física. No se hace referencia, de ningún modo, a la construcción de modelos y, menos aún, a la construcción de modelos en términos de una teoría ya descartada y sustituida (como, por ejemplo, los modelos mecánicos). Tampoco se refiere a operar con imágenes o metáforas que puedan dar una sensación de familiaridad o facilidad. Debe recordarse que las *fuerzas* no fueron fácilmente intuidas por Newton y sus contemporáneos, y que durante mucho tiempo, los físicos encontraron los *campos* de fuerzas de Faraday y Maxwell muy difíciles de entender. No es la facilidad intuitiva lo que se persigue, sino un punto de vista que sea lo suficientemente definido como para que pueda aclarar algunas dificultades y *ser criticado en términos racionales.* La complementariedad de Bohr no puede ser criticada de ese modo, sólo puede ser aceptada o *denunciada* (quizá por ser *ad hoc* o por ser irracional o por ser irremediablemente vaga). [Einstein se refirió a él como *"El principio de complementariedad de Bohr, cuya formulación exacta es... he sido incapaz de lograr, a pesar del mucho esfuerzo que le he dedicado"* (P. A. Schilpp, *op.cit.*, p. 67). La Teoría de Einstein no era suficientemente inteligente para entender este principio o que era demasiado anticuado ("antediluviano" y "retrógrado" son los modernos y progresistas términos que se le aplicaban a Einstein).]

No tiene mucho sentido, sin embargo, tratar de explicar, en términos abstractos, lo que se quiere decir con una interpretación física de la teoría cuántica; y ahora se ofrece una diferente, en términos de la teoría propensivista de la probabilidad. Es una interpretación que no es *ad hoc,* porque es aplicable lo mismo a las tiradas de monedas y a la estadística clásica, como a la *teoría cuántica*; y por supuesto que también puede ser criticada.

1.8 Probabilidades subjetivas, probabilidades estadísticas y determinismo

Cuando Popper (1996) estaba escribiendo *La lógica de la investigación científica,* no se percató de la posibilidad de una interpretación propensivista: él creía, no sin buenas razones, que la única interpretación aceptable de la Probabilidad en Física era la *interpretación frecuencial* o la *interpretación estadística,* del tipo propuesto por Venn o por von Mises; y en todo el trabajo titulado *Post Scriptum* siguió usando los términos "estadística" e "interpretaciones estadísticas" en ese mismo sentido.

Desde el punto de vista de la interpretación estadística, debe decirse que los enunciados de probabilidades *singulares* son *singulares sólo en la forma* (o "formalmente singulares", en realidad, deben interpretarse con ayuda de *enunciados estadísticos* sobre poblaciones o colectivos de cierto tipo. [Véase la discusión de Popper de la probabilidad en el Tomo I, Parte 2 de su *Post Scriptum.* Una vez que haya leído la discusión citada, establezca sus argumentos en favor o en contra de dicha argumentación tomando postura ante lo leído.]

Muchos físicos (como Boltzmann, Einstein y, de manera especial, los teóricos cuánticos), incluso cuando hablaban de "estadística", normalmente estaban usando enunciados de probabilidades *singulares;* pero ese hecho confirmaba el análisis en la medida en que esos enunciados debían interpretarse como "formalmente singulares"; y al usar enunciados de probabilidades singulares, al menos algunos de esos físicos, buscaban a tientas, más o menos conscientemente, un tipo de interpretación propensivista. Pero entre ellos, los que eran intuitivamente deterministas, no pudieron ver con claridad la interpretación propensivista a causa de su creencia determinista; porque, como Popper ha argüido [véase *El universo abierto: Un argumento en favor del indeterminismo,* Tomo II del *Post Scriptum*, secciones 27-30. Una vez leída la discusión citada, establezca sus argumentos en favor o en contra de dicha argumentación, tomando postura ante lo leído], las propensiones pueden aceptarse como realidades físicas (análogas a fuerzas) sólo cuando se ha renunciado al determinismo.

También existe otro equívoco: cuando Max Born introdujo su "interpretación estadística" de la teoría cuántica, usó enunciados de probabilidades singulares que, aunque podían interpretarse como "formalmente singulares", él las *concebía como seriamente singulares,* es decir, como enunciados de probabilidades singulares subjetivas, como enunciados sobre la ignorancia al respecto.

Las teorías del tipo "determinista *prima facie"* pueden ser bastante informativas (y muy contrastables), no se acababa de ver lo seriamente tentado que estaba un determinista (e incluso un ex-determinista) a interpretar subjetivamente (o lógicamente) todos los enunciados de probabilidades; es decir, como *enunciados de la parcial ignorancia.* No se comprendía que pudiera, no obstante, llamárseles "estadísticos" porque Max Born creía que podía derivar (o "casi deducir") sus conclusiones estadísticas a partir de esos enunciados de probabilidades singulares, a la manera de Bernoulli.

Se sabía que esas derivaciones eran palpablemente inválidas. Al principio todo se redujo a reinterpretar esos casos en el sentido estadístico sin intentar con suficiente empeño comprender los motivos que se encierran tras una interpretación subjetiva de la probabilidad.

Hoy es comprensible por qué tantos deterministas, e incluso ex-deterministas, que creen en el carácter determinista de la Física Clásica, creen seriamente en una interpretación subjetivista de la probabilidad: es, de algún modo, *la única posibilidad razonable* que pueden aceptar; porque las probabilidades físicas objetivas son incompatibles con el determinismo; y, si la Física Clásica es determinista, tiene que ser incompatible con una interpretación objetiva de la mecánica estadística clásica.

La interpretación subjetiva de la probabilidad parece funcionar siempre que no se vea que no es válido el "puente" que lleva de ella a las frecuencias objetivas. Este puente, naturalmente, es la ley de los grandes números, o la Ley fuerte de los grandes números. Pero esas leyes no pueden derivarse en la teoría subjetiva porque

su derivación se basa en una suposición de independencia que (como vio Keynes) contradice la interpretación subjetiva. [*Cf*. las discusiones en Realismo y el objetivo de la ciencia (R. & A. of Sc.), Tomo I del *Post Scriptum*, Parte 2, secciones 2, 4 y 7, escrito por Popper. Una vez confrontadas las opiniones de Keynes y de Popper, ¿en qué radican esas diferencias? Argumente sus respuestas.]

Efectivamente, es claramente absurdo creer que las monedas caen o las moléculas entran en colisión de manera aleatoria *porque nosotros no conocemos* las condiciones iniciales, y que actuarían de modo diferente si algún "demonio" revelase su secreto: no es sólo imposible, es absurdo explicar las frecuencias estadísticas objetivas por medio de la ignorancia subjetiva. El absurdo se hace notar a veces; cuando eso ocurre, el físico, por regla general, adopta una concepción objetiva. En consecuencia, se observa una oscilación característica, un titubeo por parte de muchos físicos, entre las interpretaciones objetivista y subjetivista.

A causa de ese titubeo, pierden su sensibilidad hacia estas cuestiones (que, de todos modos, se consideran filosóficas); y se encontrarían osadas afirmaciones pertenecientes a la teoría objetiva al lado de afirmaciones igualmente osadas de subjetivismo. Esta actitud de titubeo sistemático (es decir, el intento sistemático de querer una cosa y la contraria) se encuentra en la Interpretación de Copenhague.

1.9 Objetividad de la Mecánica Estadística

La *mecánica estadística* proporciona muchos ejemplos sorprendentes de cómo los enunciados de probabilidades, que debieran interpretarse objetivamente (o bien de un modo puramente estadístico, o bien en el sentido de la interpretación propensivista), se malinterpretan a menudo en el sentido de una teoría subjetiva de la ignorancia (Popper, 1996).

Por ejemplo, considérese una gran *campana de vacío*, en la que se pone un frasco pequeño de medicamentos lleno de aire. Luego se destapa el frasco. Se sabe lo que pasará (objetivamente) en cada caso: el aire se escapará del frasco y enseguida se distribuirá de manera uniforme por toda la campana. También se sabe que aunque se espere mucho tiempo, nunca se encontrará un ejemplo del proceso inverso: el aire no volverá en forma espontánea al frasco. Éste es un proceso irreversible. Este sencillo hecho ha dado lugar a discusiones interminables, principalmente porque *no* es físicamente imposible, de manera natural, que el aire vuelva. Si una molécula se mueve en una dirección, tiene que ser físicamente posible para ella moverse también en la dirección contraria; y si la dirección de los movimientos de todas las moléculas se invierte, entonces, todas se retirarán al frasco. Como no puede dudarse la posibilidad física de este suceso, se explica el hecho experimental de que el proceso sea irreversible por la extrema *improbabilidad* de un regreso espontáneo al frasco; y como el hecho a explicar (la irreversibilidad del proceso) es un hecho experimental objetivo, las probabilidades e improbabilidades en cuestión deben ser también objetivas (Grössing, 2000).

Una explicación probabilista objetiva de los procesos irreversibles, fue claramente esbozada por Planck. Planck (1923) indicó que *la abrumadora mayoría de los casos, o más exactamente, de todos los estados iniciales posibles (donde cada "estado inicial" comprende todas las moléculas) era tal que "los sucesos resultantes de ellos concuerdan completamente en su valor medio (aunque no en todos sus detalles), mientras que aquellos casos que llevan a desviaciones perceptibles [de los mencionados valores medios] ocurren sólo en números decrecientes, porque sólo ocurren si ciertas condiciones que son muy especiales y se obtienen condiciones que se relacionan con la posición y velocidad de las moléculas de modos muy especiales igualmente muy especiales"* (M. Planck, 1923). Es decir, las muy especiales condiciones iniciales que producirán desviaciones perceptibles de la conducta normal, tienen una probabilidad decreciente. El método mediante el cual se puede mostrar que la medida del conjunto de estados iniciales que produce estados normales es igual a uno, y que la medida de estados iniciales que produce estados anormales es igual a cero, es fundamentalmente idéntico al considerado por Bernouilli: de la misma manera que se puede deducir de la supuesta equiprobabilidad (igual medida de posibilidad) de caras (0) y de cruces (1) y de la independencia de las tiradas individuales, la estabilidad de las medias de casi todas las sucesiones suficientemente largas (las medias se aproximarán mucho a 1/2), igual se puede deducir, a partir de supuestos simples relativos a la equiprobabilidad de los estados posibles, que casi todos los estados "concordarán completamente en sus valores medios" en palabras de Planck (1923), es decir, que tienen medias estables con respecto a la distribución de las posiciones y velocidades de las moléculas.

Se puede atribuir la etiqueta de "normal" o "aproximadamente en equilibrio" a cualquier estado para el cual las posiciones y las velocidades (momentos) de las moléculas estén distribuidas de tal modo que no haya fluctuaciones macroscópicas; o, más exactamente, que sus medias sobre cualquier subvolumen pequeño pero macroscópico no difieran apreciablemente de su media sobre el volumen total. Puede entonces mostrarse que la medida del conjunto de los estados normales se acerca a 1; y la de los estados anormales a 0.

Además, como la medida no varía si, debido a los movimientos de las partículas, los diversos estados que pertenecen a ella se transforman en estados diferentes, se encuentra que casi todos los estados deben ser tales que, como consecuencia de esos movimientos, vuelvan a transformarse en estados normales (de modo que las medias de los tiempos de casi todos los estados sean normales nuevamente [*cf.* E. Hopf, Ergodentheorie, en Ergebnisse der Mathematik, Sringer, 1936. Establezca las diferencias entre ambos autores y argumente sus respuestas)]. De manera natural, habrá fluctuaciones, pero serán demasiado escasas y demasiado breves como para afectar las medias de los tiempos (excepto para un conjunto de medida cero). De este modo, se ve que hay una probabilidad, que no se diferencia de cero, de encontrar un frasco pequeño del que el aire no se escape si se le destapa en un gran vacío; y viceversa, existe una probabilidad cero de encontrar un

caso en el que las moléculas se retiren al interior del frasco pequeño espontáneamente.

Todas estas consideraciones operan, naturalmente, con una *teoría de la probabilidad* (frecuencial o propensivista) estrictamente objetiva: son tan objetivas como el proceso irreversible que tratan de explicar y son válidas independientemente de cuál sea el estado de conocimiento o ignorancia respecto a las condiciones iniciales reales y detalladas de las moléculas implicadas. Dicho de un modo más explícito: son válidas tanto si se ignoran las condiciones iniciales de todas las moléculas, como si un "demonio" proporciona información completa sobre todas esas condiciones iniciales y, así, sobre el estado preciso del gas (Grössing, 2000).

1.10 Interpretación subjetivista de la Mecánica Estadística

Muchos físicos interpretan la tendencia o propensión del sistema a incrementar su *desorden* (o "entropía") (una tendencia que la teoría estadística trata de explicar siguiendo la línea de Bernoulli) como una tendencia de la *ignorancia* del sujeto a aumentar. Es decir, en lugar de interpretar la "entropía" de un sistema como una medida de su estado objetivo de desorden o aleatoriedad, la interpreta el físico como una medida del propio estado subjetivo de ignorancia del sistema.

Esta interpretación lleva a la absurda conclusión de que las moléculas escapan del frasco porque no lo sabe todo sobre ellas y porque la ignorancia del sujeto está destinada a crecer, a menos que el conocimiento utilizado sea perfecto desde el principio. Esto es un absurdo palpable y que el aire caliente continuará escapando aunque no haya nadie en el patio para proporcionar la *nesciencia* necesaria.

Nesciencia

Entiéndase aquí por ignorancia el primer sentido de ignorancia absoluta o "nesciencia". La ignorancia, así considerada, aplicada como adjetivo a una persona o conjunto de personas, se toma como sinónimo de estupidez, tomándose de ese modo como un insulto, si no es un desprecio. De hecho la carencia absoluta de conocimiento, la ignorancia absoluta no es posible; pues de lo absolutamente desconocido ni siquiera se puede decir que es "desconocido". Y si se tiene alguna noticia de ello, por eso mismo deja de ser completa o absolutamente ignorado.

Estas absurdas concepciones están implícitas, no obstante, en las teorías de algunos famosos físicos que han hecho contribuciones muy importantes a la *teoría cuántica*. Cítese primero un pasaje de un análisis crítico de la condición de la probabilidad; la cita está tomada de un artículo sobre la probabilidad y la física de

W. Pauli [*cf.* W. Pauli "Wahrscheinlichkeit und Physik", Dialéctica 8, 1954, pp. 112-124. La cita es de las pp. 114 y ss. Determine los argumentos en favor y en contra de ambas posturas. Establezca argumentos teóricos en favor o en contra de dichas ideas]. Dice textualmente: *La primera aplicación de la probabilidad en física (fundamental para nuestra comprensión de las leyes naturales) fue la teoría estadística severa del calor, creada por Boltzmann y Gibbs. Como es bien sabido, llevó por necesidad a la interpretación de la entropía de un sistema como una característica de su estado que (al contrario que la energía) depende de nuestro conocimiento del sistema.* Pauli continúa: *Si ese conocimiento nuestro es máximo (es decir), el conocimiento más preciso que es compatible con las leyes de la naturaleza... entonces la entropía es siempre cero. Los conceptos termodinámicos, sin embargo, sólo son aplicables a un sistema si nuestro conocimiento de su estado inicial es inexacto... La aplicación del concepto de probabilidad en física que acabamos de describir* (continúa Pauli), *aunque era fundamental, era lógicamente compatible con una forma determinista de las leyes de la naturaleza.* La observación sobre la compatibilidad es correcta, pero las palabras *aunque era fundamental,* descubren la falta de apreciación del hecho de que la interpretación subjetiva fue adoptada (sobre todo por Laplâce) *porque* era lógicamente compatible con el determinismo y porque era, aparentemente, la *única* compatible; las palabras de Pauli sugieren incluso que la interpretación subjetiva era una especie de anticipación de ese modo de pensar supuestamente más "fundamental" que se debe a la *teoría cuántica* y a la complementariedad. (En efecto lo era, pero en otro sentido totalmente distinto.)

En la oración siguiente, Pauli menciona las tendencias a interpretar el concepto subjetivo de probabilidad como un concepto irreducible o "primario" de la Física. Y termina el párrafo con una referencia a lo que él llama "el hecho de que las inferencias inductivas de las ciencias naturales son siempre inferencias de probabilidades". La interpretación subjetiva de Pauli requiere, naturalmente, un "puente" con cuya ayuda se pueda decir algo objetivo. Su "puente" es, al parecer, "la ley fuerte de los grandes números" de Cantelli [*op. cit.*, pp. 113 y ss. Pauli formuló la Ley de Cantelli en lenguaje objetivista y se refirió a ella como "Teorema de Bernoulli", también llamado "Ley de los grandes números"]. Sería justo traducir esta ley a un lenguaje subjetivista como sigue: Supongamos que *nuestro grado de nesciencia* sobre el resultado de un experimento permanece constante durante toda una larga sucesión de repeticiones de ese experimento; y supongamos que ese grado de nesciencia es igual a p.

Puede ser nesciencia máxima, normalmente expresada por $p = 1/2$. Bajo este supuesto de no-saber, siempre se puede calcular un gran número N que tenga la siguiente propiedad: para cualquier grado deseado de certidumbre, excepto certidumbre absoluta, se puede *saber con certeza* que las frecuencias relativas de los resultados de los experimentos se desviarán del grado original de nesciencia p desde el enésimo experimento en adelante tan poco como se quiera. Esta formulación muestra lo absurdo que es creer que se pueden derivar grados altos de

certidumbre a partir de la nesciencia, y que es extraño sugerir que una frecuencia debe ser igual a un grado de nesciencia.

Entre las afirmaciones de Wolfang Pauli que se han citado aquí, la que tiene mayor interés es ésta: *Si ese conocimiento nuestro es máximo (es decir, el más preciso que es compatible con las leyes de la naturaleza...), entonces la entropía es siempre cero.* Esta afirmación no parece haber sido disputada. Se encuentra, por ejemplo, en el famoso libro de J. Von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (1955) [el problema de Von Neumann de aplicar las ideas de Boltzmann al estado de un gas que constase de una sola molécula parece mal concebido. Su solución subjetivista (que la entropía de una sola molécula dependerá del estado de conocimiento) se mantiene y cae con su teoría subjetiva (véase *Búsqueda sin término, U. K.,* 1976, Sección 36)]: *Para un observador clásico, que conoce todas las coordenadas y los momentos, la entropía es, por tanto, constante, y es, de hecho, cero, puesto que la "probabilidad termodinámica" de Boltzmann es 1.*

No se examinan aquí los argumentos en apoyo de esta tesis (Popper, 1996), porque parecen innecesariamente complicados, muy embrollados, enormemente arbitrarios y algo apologéticos. En cambio, se trata de contrastar esta tesis con la concepción que se considera correcta (la de Boltzmann).

Lo que se cree que es la concepción correcta de la entropía cero y la entropía máxima es esto: un sistema estará en un estado de máxima entropía si, y sólo si, las distancias entre las moléculas (y por tanto, sus posiciones) muestran una distribución fortuita o «normal» cuya media es igual a una distancia en la que las moléculas están igualmente espaciadas por todo el volumen disponible, y si, además, las velocidades (y sus direcciones) están distribuidas de acuerdo con una distribución fortuita, descrita por la Ley de la Distribución de la Velocidad de Maxwell. Dicho de otro modo, la entropía de un sistema es máxima si, y sólo si, las posiciones y las velocidades de las moléculas están distribuidas de forma aleatoria.

Si el sistema consta de muchísimas moléculas, esto entraña que, para todos sus subvolúmenes, las posiciones y velocidades estarán también distribuidas de forma aleatoria. Por el contrario, el sistema estará en un estado de *entropía cero* si, y sólo si, está todo lo alejado de un estado aleatorio como sea posible. El tipo de estado considerado sería un estado en que todas o casi todas las moléculas estuvieran apiñadas en un pequeño sub-volumen y en el que todas o casi todas tuvieran la misma velocidad (y dirección).

De este modo, los dos estados de entropía extrema pueden describirse de manera objetiva. La descripción es exactamente análoga a la de una sucesión aleatoria de ceros (caras) y unos (cruces), con equidistribución. Sea N la longitud de una sucesión S muy larga y sea n el máximo número entero tal que 2^{n+1} sea menor que N. Se puede entonces como lo establece Grössing (2000), llamar a la sucesión S *perfectamente aleatoria* si, y sólo si, el número relativo de las ocurrencias de

cualquier par, triplo..., *n*-tuplo de ceros y unos no se desvía de cualquier otro par, triple..., *n*-tuplo más de $d = n/N$.

Habiendo definido de este modo la aleatoriedad máxima en el caso de una sucesión (correspondiente a su máxima entropía) se puede, naturalmente, construir con facilidad una sucesión en la que la diferencia *d* entre las frecuencias de ciertos pares, triplos..., *n*-tuplos, alcance un máximo. Esto ocurrirá, por ejemplo, si todos los unos de una sucesión *S* equidistribuida se apiñan en un bloque precedido y seguido de sendos bloques de ceros. La analogía con el estado de un gas es obvia. Así, se ha mostrado que es posible caracterizar la aleatoriedad o entropía en términos objetivos.

Hasta ahora no se ha mencionado la probabilidad, ésta puede entrar en juego ahora para decir que la inmensa mayoría de todas las sucesiones posibles (o de todos los estados posibles de un gas) será altamente aleatoria o entrópica. Dicho de otro modo, si se dispone de un experimento apropiado para producir una sucesión de ceros y unos, o un estado de un gas; entonces, por regla general, habrá una propensión muy elevada a producir sucesiones aleatorias, y gases de entropía aproximadamente máxima. Esta tendencia o propensión no se hará operativa, sin embargo, si la disposición experimental implica un modo especial de ordenar: por ejemplo, si implica un método de producir el resultado "010101...".

La inmensa mayoría de todos los experimentos restantes tendrá una tendencia o propensión a producir estados aleatorios; y, en consecuencia, la inmensa mayoría de todos los estados, sean aleatorios o no, tendrán, del mismo modo, la tendencia a ser sucedidos por estados aleatorios. Hay que observar que este análisis de estados aleatorios y de sucesiones aleatorias está vinculado con la *ley de los grandes números,* y sólo es aplicable, por tanto, a los estados de los gases que constan de un elevado número de moléculas, o a sucesiones muy largas. La cuestión de si una sucesión que conste de uno o dos elementos es ordenada o desordenada no tiene sentido.

Sobre la base de este análisis, puede mostrarse cómo ha surgido la creencia errónea de que el *conocimiento completo* del estado de un gas le daría una entropía cero. El error está relacionado con el hecho de que es probable partir del supuesto de que todo posible estado singular de un gas (o toda posible sucesión singular) es igualmente probable y que todo estado o sucesión singular tiene, por tanto, que tener una *probabilidad* cero (o aproximadamente cero). Esto es correcto.

También es correcto suponer que las probabilidades altas están, de algún modo, estrechamente asociadas con una entropía alta, y las probabilidades cero con una entropía cero. De esas dos premisas correctas se infiere, entonces, que todo estado singular (si está totalmente dado), y toda sucesión singular tienen una entropía cero. Pero la inferencia no es válida, porque la estrecha asociación entre probabilidad y entropía no es tan estrecha como todo eso.

Es un hecho que todo estado o toda sucesión por completo dada es por igual probable y, por tanto, muy improbable, pero ese hecho, simplemente no concierne aquí, cuando se está preocupado esencialmente por encontrar un método para *distinguir* los distintos estados o sucesiones según su estructura interna, en lugar de por un método que los considere *indistinguibles* con respecto a su probabilidad.

El error puede describirse también así: se está interesados en las *propiedades estructurales* de las sucesiones en la cuestión de si una cierta sucesión tiene la *propiedad estructural* del desorden (u orden) (Popper, 1996; Grössing, 2000; Acosta, 2000 y Finn, 1986). Aunque cada sucesión en sí es igualmente improbable, es muy probable que tenga la propiedad del desorden antes que la del orden. Hay muchas más sucesiones desordenadas que sucesiones ordenadas (o, por usar un ejemplo análogo, se puede decir que cualquier ocurrencia determinada [por ejemplo, que se haya tirado una moneda aquí y ahora] es infinitamente improbable. Pero eso no significa que la propiedad "caras" de la tirada sea infinitamente improbable).

La creencia de que cualquier estado o sucesión determinada tiene una entropía cero es tan obviamente equivocada que casi nunca se ha sostenido de esta forma tan tajante. Pero, como se ha visto, se ha usado en la versión subjetivista.

Demonio de Maxwell

Hay otra dificultad más, muy real, que ha contribuido a hacer más aceptable la interpretación subjetivista de la entropía, el problema del demonio de Maxwell: desde 1905, el éxito del exorcismo del demonio se ha vuelto dudoso, este hecho ha llevado a intentos por resolver el problema invocando probabilidades objetivas y otras medidas del conocimiento (o "información") subjetivo. Sin duda, han desenterrado algunas analogías interesantes, pero la solidez del edificio y, en serial, la parte representada por el demonio de Maxwell, parece muy cuestionable.

De esta forma, era más plausible, porque podía argüirse que el conocimiento incompleto podía corresponder a todo un conjunto de estados posibles (cuya medida podía ser no-cero), mientras que el conocimiento completo correspondería a un solo estado posible cuya probabilidad sería cero.

Hay que volver ahora al frasco original de medicamento lleno de aire, y supóngase que esta vez el conocimiento sobre su microestado es máximo (es decir, el conocimiento más exacto que es compatible con las leyes de la naturaleza).

Entonces, la entropía del sistema tiene que ser cero, esto lo dicen Pauli y Von Neumann (en Grössing, 2000). Sin embargo, desde el punto de vista objetivo, el sistema está (muy probablemente) en un estado de desorden y aleatoriedad: su entropía es máxima. ¿Quién tiene la razón? Desde el punto de vista objetivista puede averiguarse fácilmente. Porque, estando en posesión, según se ha supuesto, de un conocimiento perfecto, sólo se necesita calcular las distribuciones de las posiciones y las velocidades y ver si son aleatorias o aproximadamente aleatorias.

Se puede estar bastante seguro, *a priori,* de que no se descubrirá que el sistema está en un estado ordenado de manera perfecta. En el caso, muy improbable, de que el sistema esté en un estado perfectamente ordenado, el objetivista admitirá que está equivocado en eso; pero seguirá insistiendo en que es un accidente muy improbable que no tiene nada que ver, en absoluto, con el hecho de que se estuviera en posesión de un conocimiento perfecto sobre el sistema. Además, el objetivista afirmará que incluso en el caso en extremo improbable de que se haya encontrado al sistema accidentalmente en un estado ordenado, se puede estar seguro de que estaba desordenado en el momento anterior, y de que en el instante siguiente volverá a un estado de desorden; y puede contrastar su retrodicción (que es una predicción sobre el pasado) y su predicción con un cálculo de uno de los estados siguientes del sistema; cálculo que, puesto que posee un conocimiento perfecto, será capaz de realizar.Todo este razonamiento concuerda con el de Boltzmann, que arguyó que el sistema alcanza una y otra vez estados de orden (baja entropía), pero muy poco frecuentemente, y sólo durante periodos de tiempo en extremo cortos, que son proporcionales a la improbabilidad del estado de orden, y que decrecen muy rápidamente con un aumento en el grado de orden.

Por otro lado, el subjetivista dirá que este razonamiento no significaría nada. Ha sustituido el término “orden” por el término “conocimiento” y el término “desorden” por el de “nesciencia”, y quizá señale que hay una ley que dice que la nesciencia parcial aumentará rápidamente y pronto se convertirá en nesciencia total debido a las colisiones entre las moléculas. Como señala Max Born, es suficiente que *no* se sepa la posición o el momento de una molécula singular: bajo este supuesto, la ignorancia se extenderá pronto a todo el sistema, incluso aunque se conozcan, al principio, las posiciones y los momentos precisos de *todas* las demás moléculas. La irreversibilidad (escribe Born) es, por tanto, una consecuencia de la introducción explícita de la ignorancia dentro de las leyes fundamentales. [Max Born, en *Natural Philosophy of Cause and Chance*, 1949, p. 72. Pueden encontrarse otros pasajes de un carácter igualmente subjetivista en las pp. 48 y 59.]

Este incremento de la nesciencia muestra una cierta similitud con el inoremento del desorden de Boltzmann; pero es suficientemente diferente como para distinguirlo claramente. El punto fundamental es que la nesciencia aumente *siempre,* a condición de que no se parta de un conocimiento completo. Pero el desorden o la entropía *decrece a veces;* según Boltzmann, fluctúa, y se tiene evidencia experimental de esas “fluctuaciones” en el llamado “Movimiento Browniano” desde

la interpretación de Einstein de 1905. Así pues, no parece posible mantener la identificación subjetivista de desorden (o entropía) y nesciencia.

En segundo lugar, la nesciencia *no* aumenta si se parte de un conocimiento perfecto o completo (como indican tanto Von Neumann como Born); porque dicho conocimiento perfecto permite calcular todos los estados futuros con absoluta precisión. Una vez más, esto es incompatible con la concepción de Boltzmann; porque si un sistema pudiera alcanzar alguna vez perfecto orden por medio de una fluctuación altamente improbable, volvería, con toda probabilidad, a desordenarse inmediatamente (según Boltzmann, Grössing, 2000; Grössing, 1997 y Popper, 1996).

Así, hay que descartar la tan repetida pretensión de que se puede traducir, por así decirlo, la teoría de Boltzmann a un lenguaje subjetivo. Después de tratar de explicar lo que se considera la concepción correcta, hay que ocuparse ahora de refutar la teoría subjetivista de la entropía o el desorden, para ello se hará la siguiente reflexión: Hay que abrir de nuevo el frasco de medicamentos en la campana de vacío. Lo que ahora se quiere explicar es por qué el gas escapará siempre y por qué escapa de modo irreversible. Tanto los objetivistas como los subjetivistas lo explican como una consecuencia de la ley según la cual la entropía, o desorden, tiende a aumentar. El objetivista señalará que en el volumen de que se dispone ahora, las posiciones de las moléculas estarían muy ordenadas si el gas se quedase en el frasco, y que habrá una probabilidad enorme, en el sentido de una propensión enorme, de que el gas adopte un estado en el que las posiciones de las moléculas se distribuyan de un modo aleatorio por todo el espacio disponible.

Así, el objetivista puede ofrecer una explicación (no importa si es enteramente adecuada) de por qué escapa el gas. El subjetivista, sin embargo, no puede ofrecer ninguna explicación de esa índole. Ni siquiera puede decir que el gas se ha expandido de hecho. *Todo lo que puede decir es que su ignorancia ha aumentado.* (Siempre que no hubiese partido de un conocimiento perfecto.) Esto es absurdo. Porque lo que se quería explicar no era el estado de ignorancia, sino el estado del gas; no que se haya perdido conocimiento, sino que el gas se ha salido del frasco del medicamento.,"Las variaciones temporales de la entropía, resume Von Neumann (1955), están basadas, pues, en el hecho de que el observador no lo sabe todo." Así, si el observador conociera perfectamente el contenido del frasco, la entropía no aumentaría. Habría dos posibilidades: 1) que el gas se quedase en el frasco, y 2) que el gas se escapase. 1) Es claramente absurdo (supondría una influencia mística del conocimiento sobre el estado del gas). Pero si 2), el gas se escapa, su escape no puede relacionarse con un aumento de la entropía. En efecto, el conocimiento perfecto permitiría predecir el escape sin *recurrir* a la ley del incremento de la entropía: entonces, se podría predecir el escape calculando las trayectorias de todas las moléculas. Pero, a pesar del hecho de que no se necesita recurrir a la ley de la entropía, es absurdo negar que el escape ocurre de acuerdo con ella: el gas ha escapado, aunque, en este caso particular, el conocimiento no ha escapado con él.

Fue el escape del gas lo que se describió, en un principio, como un aumento de la entropía. Desde un punto de vista determinista, es difícil ver, desde luego, para qué sirve la *mecánica estadística*: por qué, si se han resuelto todas las cuestiones de predicción del escape de los gases de cada uno de los frascos con condiciones iniciales dadas, tiene que quedar una cuestión: ésta se refiere a la cuestión del *carácter legiforme* de la *regularidad* de los escapes de gas o de los procesos de mezcla y la cuestión de la irreversibilidad de esos procesos. Esas regularidades podrían permanecer inadvertidas, incluso aunque se pudiera predecir exactamente, en cada caso individual, lo que iba a ocurrir.

Mientras se ve en la *mecánica estadística* un intento de explicar esas regularidades, Von Neumann (1955, citado en Popper, 1997) describe el tratamiento estadístico como "un lujo de añadidura suplementaria" que sólo es importante *en el caso de que nuestro conocimiento sea deficiente.* En esta actitud está el origen de todo el problema: la teoría subjetiva se muestra nuevamente como un residuo de un prejuicio determinista.

1.11 Oscilaciones entre las dos interpretaciones

Ya se ha señalado que Pauli oscila entre las dos interpretaciones: interpreta la Ley Fuerte de Cantelli en un sentido objetivista. Pero también oscilan las interpretaciones de Von Neumann y Born. Asi, se encuentra en el libro de Von Neumann un pasaje en el que la teoría de los "Colectivos" de Von Mises se describe como *necesaria, en general, para establecer la teoría de la probabilidad como una teoría de las frecuencias*; y se da a entender que el autor acepta esa teoría. Pero las concepciones de Von Mises son totalmente incompatibles con cualquier teoría subjetiva, ni Von Mises ni Von Neumann hacen el menor intento de explicar cómo es posible que puedan combinarse las dos concepciones.

Lo mismo ocurre con Max Born. Hay pasajes objetivistas en la obra de Born. *La irreversibilidad sólo puede entenderse si se exime explícitamente a parte del sistema de la causalidad*, es un pasaje de este tipo. En la continuación de ese pasaje, las vacilaciones de Born parecen implícitas. *Hay que abandonar la condición, escribe, ... de que las posiciones y las velocidades de las partículas están bajo control....*

El término "bajo control", que no está explicado, parece indicar una vacilación entre "no son conocidas" (lo que concordaría con la mayor parte de su texto) y "no pueden reproducirse a voluntad, si se reproduce el experimento" o, dicho de otro modo, "no son parte de (o quizá, no pueden hacerse parte de) las condiciones objetivas del experimento" (lo que indicaría una inclinación hacia una interpretación objetiva). Tanto vacilar y oscilar es, desde luego, una consecuencia necesaria de cualquier concesión al subjetivismo.

Porque no se cree en absoluto que los autores citados *pretendiesen* realmente explicar procesos físicos irreversibles, tales como la mezcla y la difusión recurriendo a la ignorancia. Supóngase que, puestos ante estas consecuencias,

hubieran retirado las afirmaciones citadas o, al menos, hubieran tratado de reinterpretarlas. Pero es seguro de que adoptaron esas posiciones porque fueron empujados a ello por las dificultades, muy reales, inherentes a su enfoque fundamental.

1.12 Objetividad de la Teoría Cuántica

Se afirma con frecuencia que, en vista de la situación en la *teoría cuántica*, el objeto y el sujeto no pueden ya separarse claramente (Heitler, 1949). Dicho con palabras de Heitler: "La *división del mundo en una 'realidad exterior objetiva'* y 'nosotros', tímidos espectadores, no puede mantenerse por más tiempo. El objeto y el sujeto se han hecho inseparables el uno del otro" (Heitler, 1949). Esto, según Bohr, se debe a *la imposibilidad de una separación clara entre la conducta de los objetos atómicos y la interacción con los instrumentos de medir que sirven para definir las condiciones bajo las cuales aparecen los fenómenos* (Heitler, 1949). Heitler elabora con cierto detalle el argumento. "Puede uno preguntar (escribe), si es suficiente realizar una medición por medio de un aparato autorregistrador o si se necesita la presencia de un observador." Y llega a la conclusión de que el aparato autorregistrador es insuficiente y que "el *observador* aparece como una parte *necesaria* de toda la estructura, en su plena capacidad de ser consciente" (Heitler, 1949).

Se debe estar agradecido con Heitler, por dar lo que quizá sea la formulación más nítida de esta *doctrina de la implicación del sujeto con el objeto físico;* pero también aparece frecuentemente, de una y otra forma, en el libro de Heisenberg, *Physical Principles of the Quantum Theory,* y en muchos otros enunciados de la perspectiva ortodoxa. Pero esta doctrina es simplemente *falsa:* la *teoría cuántica* es tan objetiva como puede serlo cualquier teoría. Si se acepta el reto de Heitler, se puede describir primero un *experimento clásico que se autorregistre,* como sigue: se prepara una caja en la que se establece la disposición experimental, incluido un aparato autorregistrador. Luego se cierra la caja.

La teoría predice la lectura del aparato (dentro de ciertos límites que pueden ser muy estrechos). Pasado cierto tiempo, la caja emite una cinta o una película sobre la que está registrada la lectura; y se le compara con la lectura predicha. Ahora bien, la situación en la *teoría cuántica* es, en principio, exactamente la misma, con una sola diferencia característica: para cada *experimento teórico-cuántico típico se necesita, en vez de una caja,* una *batería de muchas cajas,* todas ellas equipadas con la misma disposición experimental, o con disposiciones experimentales tan similares como se puedan conseguir; y la teoría predice, en la mayoría de los casos, *no el registro de una sola cinta o película emitida por cada una de las cajas, sino la distribución estadística de todas las lecturas producidas por todas esas cajas.* En algunos casos especiales, la teoría hace, incluso, ciertas predicciones, es decir, predicciones sobre cada lectura individual emitida por cada caja individual.

Por ejemplo, si el experimento es con un diluido de electrones, y el aparato registrador consiste en dos películas colocadas en capas, una sobre la otra, que retienen "una imagen del punto a través del cual pasó el electrón (o electrones)" [*cf*. Heitler, *loc. cit.*: "Entonces es evidentemente imposible predecir con certeza el resoltado de esta observación"], entonces *siempre se* encontrará que las imágenes en las dos películas coinciden muy exactamente. Es posible así "predecir con certidumbre el resultado de esta observación", en oposición directa a la afirmación de Heitler, cuyo ejemplo es idéntico al propuesto, pero llega a un resultado contrario ("evidentemente imposible"); le demuestra que incluso un físico de primera categoría puede resultar despistado por la ortodoxia cuántica.

En el ejemplo concreto de Heitler, no se necesita más que una caja; eso se debe al hecho de que el resultado en cuestión puede ser predicho con probabilidad 1 ("con certeza"). Pero para los experimentos cuánticos más típicos, se necesita una *batería de cajas,* o una de repeticiones del experimento en la única caja.

No se encuentra, en la literatura especializada, ningún experimento que no pueda reorganizarse, por el método aquí explicado, para constituir un "aparato autorregistrador" o una batería de aparatos (en directa contradicción a la afirmación de Heitler). *La teoría cuántica es exactamente igual de objetiva que cualquier otra teoría física.*

1.13 El origen de la confusión: La reducción del paquete de ondas

¿Por qué, entonces, se malinterpreta la teoría, tan a menudo, en un sentido subjetivista? ¿Por qué cree Heitler que el observador cumple una función fundamental en el experimento en el que un haz diluido de electrones choca contra dos películas colocadas horizontalmente una sobre otra? La respuesta es perfectamente clara: el formalismo matemático (es decir, la ecuación de ondas de Schrödinger) da, combinado con la interpretación de Born, sólo la distribución de la probabilidad (densidad) de los electrones que chocan contra las dos películas. No dice que vayan a coincidir los lugares en los que chocan los electrones en la primera y la segunda película.

Sin embargo, este último resultado puede obtenerse si se trata el lugar del impacto del electrón sobre la primera película como una nueva condición inicial para una nueva aplicación de la ecuación de Schrödinger. El observador (o claro está, el físico equipado no sólo con los resultados de la observación, sino también con la ecuación de Schrödinger) parece entrar en juego explícitamente porque el *formalismo matemático* no da la predicción del resultado del experimento de las dos películas *en un solo paso.* Hacen falta dos aplicaciones del formalismo, y para aplicar la ecuación por segunda vez, parece necesaria una *observación.*

Éste es, brevemente descrito, el argumento de Heitler (y de la escuela ortodoxa). Pero, en la medida en que afirma que debe intervenir un observador para hacer posible el segundo paso (la llamada *reducción del paquete de ondas* [al punto del primer impacto]) cuando quiera que se aplique la ecuación de Schrödinger a

unas coordenadas *cualesquiera* de un impacto en la primera película, la ecuación llevará a la predicción de que el impacto en la segunda película tendrá (muy aproximadamente) las mismas coordenadas. No hace falta ninguna observación para este resultado (ni "real" ni "potencial").

Ésa es la razón de que el argumento fracase y de que las cajas autorregistradoras funcionen, en el sentido de que se puedan hacer predicciones con éxito, no sólo para las estadísticas de aquellos resultados que exhiben dispersión, sino también para aquellos resultados, como la coincidencia de las dos películas superpuestas, que no muestran mayor dispersión. No obstante, el argumento ortodoxo establece, aunque no intencionadamente, la incompletud del formalismo matemático.

1.14 Incompletud del formalismo matemático de la Teoría Cuántica

Hay muchos sentidos en los que puede hablarse de la completud o incompletud de una teoría o de un formalismo matemático. La idea que se usa aquí de la completud de un formalismo matemático intenta cubrir una cierta variedad de fenómenos físicos en el siguiente sentido: el formalismo es *completo* sí, y solo sí, cubre "automáticamente" cualquier predicción de los resultados experimentales que puedan obtenerse en la variedad de fenómenos en cuestión.

La proposición de que se use el término "completo" en este sentido la hizo Niels Bohr. En su réplica a un artículo de Einstein, Podolsky y Rosen titulado *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?* (Bohr, 1935), Bohr escribió: "Tal argumentación, sin embargo, apenas podría parecer capaz de afectar a la corrección de la descripción mecánico-cuántica, que está basada en un formalismo matemático coherente *que cubre automáticamente cualquier procedimiento de medición* tal como el indicado." Puesto que la "corrección" en cuestión era el problema de la completud y puesto que con "un procedimiento de medición" cubierto por el formalismo, Bohr se refiere claramente a los resultados experimentales predictibles por medio del formalismo, podría decirse que la definición de "completo" que aquí se sugiere es lo más parecida posible a la de Bohr.

Pero, según esta definición, el formalismo es *incompleto,* en directa contradicción de la afirmación de Bohr. En realidad, la escuela ortodoxa utiliza argumentos contradictorios. Bohr dice que el formalismo cubre automáticamente todos los casos. Pero Heitler (1949), dice que el observador tiene que intervenir; o, como expresa Heisenberg la misma cuestión: "la discontinua 'reducción de los paquetes de ondas', *que no puede derivarse de la ecuación de Schrödinger,* es... una consecuencia de la transición de lo posible a lo real" (Bohr, 1935). Pero lo cierto es que no es posible insistir, por un lado, en que el formalismo es completo, y por el otro, en que su aplicación a lo real sea posible (W. Heisenberg, 1955). Para evitar que se comprenda mal, se debe hacer hincapié en que no se cree que la incompletud aquí mencionada sea una incompletud grave. No se sugiere siquiera que sea la que Einstein tenía en mente.

Se podrá mostrar que, a pesar de esta incompletud en el formalismo, no hay *incompletud en la teoría interpretada;* de hecho, esta incompletud concreta del formalismo es característica del tratamiento probabilista de una amplia variedad de problemas que no tienen nada que ver con la *física cuántica* ni con la interferencia de los observadores ni nada por el estilo. Por esta misma razón, no hay necesidad de remediar esta incompletud concreta [como lo ha intentado, por ejemplo, L. Janossy, *Annalen der Physik* (sexta serie), 11, 1952, pp.324 y ss.]. Lo único que queríamos mostrar era que el formalismo de la teoría es incompleto, precisamente en el sentido de Bohr y contrariamente a la afirmación de Bohr; y que es precisamente esta incompletud típica e inocua la que ha llevado al mito de la entrada del observador en la *teoría cuántica* (Pooper, 1982).

1.15 Transición de lo posible a lo real

Por ejemplo, a un soldado en el desierto se le da una ruleta de bolsillo y se le ordena que la coloque, deje girar, y que avance durante un minuto en la dirección indicada por el marcador; y luego, que repita estos actos, dejando que el marcador vuelva a girar y volviendo a avanzar durante un minuto en la dirección del marcador. Queda intuitivamente claro que, basándonos en estas instrucciones, se obtiene una distribución de probabilidades de la posición del soldado que se extiende, con la velocidad de la marcha del soldado, desde el punto de partida en todas las direcciones (una especie de nube que es densa en el centro y se va aclarando hacia la periferia). (Hay una especie de principio de Huygens válido para esta nube: todo final potencial de un avance de un minuto se convierte en el centro de una nueva nube que se superpone a las otras.) Obsérvese ahora al soldado, después de una hora, cuando está consultando su ruleta de bolsillo. Entonces, se puede decir que desaparece la primera nube y comienza una nueva en el punto en que se ha observado al soldado.

Esto es precisamente lo mismo que la "reducción del paquete de ondas" y ocurre, precisamente de la misma manera, en todo problema de Teoría de la Probabilidad del tipo llamado de "La Cadena de Markov", y algo más generalmente, en todo caso en el que las probabilidades *relativas* jueguen un papel esencial. Ocurre, incluso, de una forma algo más trivial, en cualquier juego parecido al de tirar monedas: en relación con la información de que se ha sacado cara, la probabilidad (relativa) de que se haya sacado cara cambia de 1/2 a 1. Éste es, en lo fundamental, el mismo problema que ha perturbado a los teóricos cuánticos (que es, por tanto, el mismo problema que el de Heitler y el mismo que hace hablar a Heisenberg de la "transición de lo posible [o potencial] a lo real"), esta situación ya la ha desarrollado Popper (1996).

La inocuidad de esta famosa "reducción del paquete de ondas" es, naturalmente, la razón por la que se considera inocua la incompletud del formalismo: una vez que se le pueda interpretar adecuadamente, la *teoría interpretada* (en lugar del formalismo matemático como tal) será en este punto concreto tan completa como se quiere que sea.

En todos estos casos, la "reducción del paquete de ondas" no tiene, naturalmente, nada que ver con una supuesta interferencia del observador o de los instrumentos de observación con los objetos observados: los soldados, e incluso las monedas, son demasiado pesados(as) para que les molesten los pocos cuantos de luz necesarios para observarlos. Esto lo admitió, por fin, implícitamente, Heisenberg, en el artículo citado, porque ahora encuentra (pp. 25 y 27) la transición de lo posible a lo real también en la Termodinámica Clásica. Pero eso destruye la interpretación ortodoxa (o de Copenhague) que él defiende en ese artículo.

Porque el núcleo de la cuestión es si la *teoría cuántica* es tan totalmente diferente de otras teorías probabilísticas como siempre afirmó la escuela ortodoxa; si, en *teoría cuántica,* al contrario que en las teorías "clásicas", o "macroscópicas", el investigador se enfrenta, debido a la peculiaridad del objeto tratado y debido a la constante $\hbar$ de Planck, con una situación nueva y única.

1.16 Partículas, ondas y la interpretación propensivista

El problema de las partículas contra las ondas, y de las relaciones entre las partículas y las ondas, lo han discutido durante mucho tiempo algunos de los fundadores de la *teoría cuántica* (sobre todo Bohr, Born, Schrödinger, Heisenberg, Dirac, y, más tarde, Lande). En esas discusiones, a veces puede discernirse una cierta irritación o exasperación, dirigida sobre todo hacia Schrödinger, del que se señala que siente "un afecto personal hacia las ondas" y que "está enamorado de esa idea" (Max Born, 1953).

La irritación es quizá más marcada entre los físicos de la generación más joven que se sienten inclinados a considerar el problema como un seudoproblema filosófico, en vez de considerarlo físico. Porque no es un problema ni 1) del *formalismo matemático,* ni 2) de su *aplicación.* Sobre estos dos puntos, los partidos en litigio están de acuerdo. Así, no parece que exista un problema que los físicos más duros tengan que tomar en serio.

Born y Heisenberg critican a Schrödinger

Born, por basarse en las ondas 3-dimensionales, inteligibles intuitivamente, que resultan del "método de segunda cuantización" (debido a Jordan y Klein, *Zeitschrift für Physik,* 45, 1927, p. 751; y Jordan y Wigner, *ibid.,* 47, 1928, p. 631; véase la contribución de Schrödinger a *Louis de Broglie, Physicien et Penseur,* 1952); Born dice: "El carácter estadístico de la función ¥ es introducido en un nivel aún más profundo y más abstracto." En el segundo artículo, Heisenberg critica a Schrödinger (p. 24) por su "incomprensión de la interpretación habitual" (la ortodoxa): una

incomprensión que consiste en "pasar por alto el hecho" de que en la interpretación ortodoxa, las ondas 3-dimensionales de Klein, Jordan y Wigner "no tienen conexión directa con las ondas de probabilidades", es decir, no tienen carácter estadístico, sino que "tienen una densidad continua de energía y momento, como un campo de Maxwell". Así, se ve aquí que los dos defensores de la concepción ortodoxa no están de acuerdo más que en un punto: que Schrödinger tiene que estar equivocado. Pero sus argumentos se contradicen mutuamente.

Estos instrumentalistas duros, pragmáticos, que piensan así, deberían pararse a considerar que fue Schrödinger quien hizo el descubrimiento de la equivalencia matemática de las dos teorías; quien desarrolló por primera vez la "teoría de la transformación" (de los vectores en el espacio de Hilbert [*cf*. Schrödinger, *Collected Papers on Wave Mechanics,* 1928, pp. 45-61 (especialmente la nota de la pág. 52). Analice la confrontación del autor y argumente sus respuestas], y quien escribió ya en 1926 sobre su prueba de equivalencia: *Según esa concepción (la de Kirchhoff y Mach) la equivalencia matemática tiene casi el mismo significado que la equivalencia física.* Así pues, si Schrödinger cree que las dos teorías, la de las ondas y la de las partículas, no son equivalentes físicamente, la razón no es que no comprenda un punto que, en realidad, nadie vio tan pronto y tan claramente como él.

En realidad, Schrödinger fue demasiado generoso al conceder tanto como "casi" equivalencia física: su teoría de las ondas era una teoría tanto de electrones libres como de electrones ligados, cosa que no era la teoría de partículas, al menos en aquel momento. [En los artículos de M. Born y N. Wiener, *Journ. Math, and Phys.,* 5, 1926, p. 84, y *Zeitschr. Phys., Rev.,* 36, 1926, p. 174, se operaba con "matrices continuas", sin duda una adaptación *ad hoc* del método de matrices a las partículas libres. La teoría de Schrödinger, por otro lado, desarrolló la idea de De Broglie de *explicar* (no *ad hoc)* los estados estacionarios de Bohr por medio de las propiedades ondulatorias que también poseen las partículas libres y que, en su caso, son contrastables independientemente.]

Si el intento de Schrodinger de criticar la concepción ortodoxa dio lugar a tales réplicas, la *teoría cuántica* es, en un sentido muy claro, una teoría de partículas (en esto, no estoy de acuerdo con Schrödinger) y que lo es en un sentido que excluye la dualidad o la analogía o la complementariedad entre partículas y ondas. Se debe ser más explícito: las ondas (incluso las de la segunda cuantización) son representaciones matemáticas de las *propensiones,* o de las propiedades disposicionales de la situación física (tal como la situación experimental), que pueden interpretarse como propensiones de las *partículas* en adoptar ciertos estados. En la medida en que la teoría cuántica es una teoría probabilística, es una teoría de ondas o de matrices. Por ello, la teoría de ondas y la teoría de matrices son

equivalentes. Pero las probabilidades que la teoría determina son siempre las propensiones de *las partículas* a adoptar cierto estado bajo ciertas condiciones.

No hay, pues, simetría ni dualidad entre ondas y partículas: las ondas describen propiedades disposicionales de las partículas. Como lo expresa Lande: "Si ésta es la famosa *dualidad,* entonces los cisnes deben de ser... aves duales, puesto que, por un lado, *son* individuos o partículas; por otro lado, *tienen* la cualidad de un cuello ondulante; de modo que 'siempre quedará la duda de si los cisnes son en realidad partículas u ondas'. Esta dualidad es una comparación entre cosas incomparables."

El Materialismo y su historia

Según esta perspectiva, las partículas no aparecen, explícitamente, en el formalismo: ni en el formalismo de ondas ni en el de matrices (del que se dice a menudo que es un formalismo de partículas), ni siquiera en la teoría "neutral" de la transformación. Todas esas teorías describen las propensiones de ciertas variables a tomar ciertos valores; variables que pueden *interpretarse* como variables del estado de ciertas partículas. La razón es que la teoría de ondas (o de campos) ofrece una posibilidad de e*xplicar* la materia por medio de algo que no es materia (y que es más general que ella); para más razones, véase la discusión de Popper sobre el Materialismo y su historia en *El yo y su cerebro (S. & I. B.,* 1977), especialmente secciones 3-5 y capítulos P3 y P5. Véase también su "Filosofía y Física", *op. cit.,* y el "Epílogo Metafísico".

Actividades para el lector

Lea *El yo y su cerebro* de Karl Popper
Reflexione y comente sobre lo que ha leído en el texto.

Es posible estar totalmente de acuerdo (aunque se hubiera preferido una propiedad más claramente disposicional) que un cuello ondulante; por ejemplo, la propensión de los cisnes a hacer, en determinadas circunstancias, movimientos ondulantes con sus cuellos.

Los universales son disposicionales

En realidad, "todos los universales son disposicionales", como se ha resaltado en varias ocasiones (véase, por ejemplo, el artículo: "Tres concepciones sobre el conocimiento humano", *Contemporary British Philosophy*, 3, 1956, sección VI, cerca del final, reimpreso en *El desarrollo del conocimiento científico* [*C. & R.*, 1963]. Véase también *L.I.C.*, final de la sección 25; y *Realismo y el objetivo de la ciencia*, tomo I del *Post Scriptum*, Parte 1, sección 11). Sin embargo, unos son más disposicionales que otros.

Una de las preocupaciones más importantes es que esta concepción no le hubiera parecido aceptable a Schrödinger. Sin embargo, no está muy alejada de su propia concepción. Hay que recordar que, según la interpretación que se ha propuesto aquí, las propensiones y los campos de propensiones son tan reales como las fuerzas y los campos de fuerzas. Son, como las fuerzas, propiedades disposicionales; y como las fuerzas o los campos de fuerzas son propiedades no tanto de las partículas como de toda la situación física; son como las fuerzas, propiedades *relacionales.*

Quizá merezca la pena explicar este punto un poco más extensamente. Una razón de que Newton encontrase difícil aceptar su propia teoría como *explicación* de la gravedad era que le resultaba difícil ver en sus fuerzas de atracción (actuando a distancia) una propiedad *inherente* o *esencial* de la materia.

La extensión podía ser una propiedad esencial de un trozo de materia, porque no dependía de nada más que de ese trozo de materia. Pero la atracción era una disposición a atraer a *otros trozos de materia:* era una propiedad relacional, una propiedad mutua; y era, por tanto, difícil de concebir como *inherente* al trozo de materia, tan difícil como es considerar inherente la propiedad de un trozo de materia de ser *más extenso (más grande) que otro trozo de materia.* [Véase también el artículo: "Tres concepciones sobre el conocimiento humano", *op. cit.,* especialmente el párrafo final que acompaña la nota 7 de la sección III.]. Es el hábito aristotélico y esencialista de expresarse (unido a la preferencia habitual a usar enunciados "categóricos", es decir, de sujeto-predicado) el que sugiere que las propiedades relacionales no son "reales" sino "ideales"; es decir, que tienen su fundamento sólo en el pensamiento y en las actividades de ordenación. Es esa actitud, en último término, la que lleva a la interpretación subjetiva de las probabilidades y la que hace difícil aceptar una interpretación objetiva de la propensión.

Una vez que se concede que las medidas de las posibilidades pueden interpretarse como propensiones a reaccionar de ciertas maneras determinadas en ciertas circunstancias dadas (condiciones iniciales y condiciones límite), la interpre-

tación en términos de posibilidades no se opondrá ya a la interpretación que propuso Schrödinger en 1926, en su cuarto artículo sobre *Quantization as a Problem of Proper Values.* [*Annalen der Physik* (cuarta serie), 81, 1926, p. 135; *Collected Papers on Wave Mechanics*, pp. 120 y ss.]. La diferencia entre ellas, si existe, está relacionada con el *hecho* de que no existía una teoría propensivista de la probabilidad en aquel momento, y con la *concepción* de que una teoría de la probabilidad singular no puede ser objetiva y de que una teoría objetiva de la probabilidad debe ser una teoría frecuencial o *puramente* estadística.

En lugar de hablar de las "medidas de las posibilidades" y de una "función de medida" (que determine la distribución de densidad de la medida de la probabilidad), Schrödinger habla en su artículo de un "peso" de las posibilidades (es decir, de todas las "configuraciones mecánicas puntuales [que son] cinemáticamente posibles"), y de una "función de peso". Escribe Schrödinger en ese mismo documento lo siguiente: *Podemos decir que el sistema existe, por así decirlo, simultáneamente en todas las posiciones (que son) cinemáticamente imaginables, pero no "con la misma fuerza" en todas.* Con cuánta fuerza existe en cada una de esas posiciones, lo determina una función de peso (y de paso), es decir, el cuadrado de la amplitud de onda.

Schrödinger comenta: Esta nueva interpretación puede sorprendernos a primera vista, puesto que anteriormente hemos hablado con frecuencia de "vibraciones ¥" de una manera tan concreta intuitivamente como si se tratase de algo completamente real. Pero también hay algo tangiblemente real tras la concepción actual.... [Loc. cit. (se han cambiado de lugar algunas palabras de la traducción).] Sin duda alguna, esta perspectiva tiene mucho en común con la interpretación propensivista. Schrödinger hace hincapié en la objetividad o "realidad" de las ondas (el hecho de que las ondas pueden interactuar entre sí y también con otras magnitudes físicas); y, al mismo tiempo, hace hincapié en el hecho de que de algún modo son menos reales, menos concretas e intuibles [Schrödinger hace hincapié, *loc. cit.,* en *el hecho de que la función ¥ no se pueda ni se deba interpretar directamente en términos del espacio tridimensional..., porque es, en general, una función en el espacio de configuración, no en el espacio real*; a pesar de ello, veintiséis años después, Born, *op. cit.,* le acusa de no darse cuenta de ese hecho] que las ondas o vibraciones ordinarias.

Hasta aquí, concuerda con la interpretación propensivista. La diferencia es ésta: Schrödinger no interpreta su peso como una tendencia (o disposición o propensión) a realizarse que está ligada a una posible configuración o a un posible estado cinemático; una tendencia cuya fuerza o peso se expresa mediante la frecuencia estadística con la que ocurre el estado en cuestión en una sucesión de repeticiones del experimento en cuestión. Dicho de otro modo, Schrödinger no interpreta su peso como una *probabilidad,* aunque se da cuenta de que *puede* interpretarse así. En un artículo [*"The Exchange of Energy according to Wave Mechanics"*, 1927; véase *Collected Papers,* p. 146] escrito un año más tarde que el

que se acaba de citar, escribe: *Si el lector quiere, sin embargo, puede entender todo lo que acabamos de decir..., según la teoría de Born* [M. Born, *Zeitschr. F. Phys,* 37; pp. 38, 40, 167, 803, 863; 1926 (esta nota, corresponde a Schrödinger)], *en la que los cuadrados de las amplitudes no se interpretan como fuerzas de excitación simultánea en el sistema singular, sino simplemente como probabilidades (frecuencias relativas de ocurrencia) de los estados cuánticos discretos en un conjunto virtual.* "Las fuerzas de excitación simultánea en el sistema singular" son, naturalmente, lo mismo que los "pesos" del artículo anterior; y puede verse claramente que Schrôdinger quiere oponer aquí una propiedad objetiva del sistema *singular* (una distribución de intensidades) a una frecuencia relativa de ocurrencia en un conjunto de sistemas.

La interpretación propensivista tiende un puente sobre esta brecha. Permite que el *sistema singular* tenga tendencias o propensiones objetivas de fuerzas o pesos o intensidades variables y muestra que, si éstos se interpretan como tendencias a realizarse, llevan a frecuencias estadísticas correspondientes, en un conjunto o colectivo virtual (o real).

Schrödinger observó que "si el lector quiere, puede entenderlo todo" en el sentido estadístico. Esto indica, creo, que vio, y admitió, una conexión con la estadística, pero quiso recalcar que no le satisfacía una interpretación *puramente estadística* (en oposición a una interpretación objetiva y singular). Quizá pueda afirmarse, entonces, que lo que se llama la interpretación propensivista satisface todas las intenciones de Schrödinger (y, quizá, incluso, las de Born), a pesar del aparente conflicto entre ellas.

1.17 Anticipaciones parciales de la interpretación propensivista

Schrödinger había resaltado, pues, desde muy pronto, uno de los aspectos más importantes de la interpretación propensivista (la objetividad y la realidad de las ondas [en el espacio de configuración]), y el hecho de que las amplitudes de ondas proporcionan un peso o fuerza o medida de las posibilidades.

Born, por otro lado, resaltó lo contrario, el aspecto estadístico de la interpretación. Pero también él se acercó a la interpretación propensivista completa en una observación que puede compararse con el comentario de Schrödinger citado en la sección anterior (que "si el lector quiere... puede entenderlo todo...", según la teoría de Born). Porque Born escribe: "La cuestión... de si las ondas son algo 'real' o una ficción para describir y predecir fenómenos de una manera conveniente, es cuestión de gustos." [Véase Natural Philosophy of Cause and Chance, p. 105. Esta observación, aunque no es una declaración abierta de instrumentalismo, contiene una gran concesión a él por decir lo mínimo.]

Born continúa: "A mí personalmente me gusta considerar una onda de probabilidades, incluso en el espacio 3*N*-dimensional, como una cosa real *ciertamente... más que como un instrumento para efectuar cálculos matemáticos.* Porque tiene el carácter de una invariante de observación; lo que significa que predice los

resultados de contar los experimentos y esperamos encontrar los mismos números medios, las mismas desviaciones medias, etc., si repetimos realmente el experimento muchas veces bajo las mismas condiciones experimentales." [Véase Natural Philosophy of Cause and Chance, p. 105. Esta observación, aunque no es una declaración abierta de instrumentalismo, contiene una gran concesión a él por decir lo mínimo.]

Todo el pasaje parece un manifiesto de la interpretación propensivista, en el más extraño de los contrastes con la continua vacilación u oscilación, entre una interpretación subjetiva y una puramente estadística de la probabilidad, que se encuentra en el mismo libro (en Popper, 1996).

El pasaje que se acaba de citar supone un contraste tan extraño con el extenso uso que se hace de la interpretación *subjetiva* para "resolver" las dificultades conceptuales de la Mecánica Estadística Clásica, que es posible sentirse inclinado a creer en este momento, que Born está defendiendo en el fondo una interpretación objetiva de las propensiones sólo en la *teoría cuántica,* pero no en la Estadística Clásica. Pero no es así, porque, inmediatamente, a continuación del pasaje citado, Born sorprende arguyendo de nuevo en favor de una interpretación propensivista de la probabilidad totalmente general: *En general* (escribe)*, ¿Cómo podríamos basarnos en predicciones probabilísticas si no nos refiriésemos, con esa noción, a algo real y objetivo? Esta consideración es aplicable tanto a la función de distribución clásica... como a la matriz mecánico-cuántica de densidades....*

Esto parece un enunciado perfectamente claro de la interpretación propensivista, sobre todo cuando se ve que, a continuación, Born expone el experimento de Bohr de las dos ranuras (que es, uno de los argumentos más fuertes en favor de la interpretación propensivista) como ejemplo para ilustrar y apoyar su teoría.

Sin embargo, apenas puede decirse que Born haya llegado a nada parecido a la posición que se ha denominado "la interpretación propensivista" de la Teoría de la Probabilidad o de la *teoría cuántica*. Tendrá que admitirse que alcanzó esa posición en ese preciso pasaje, pero nunca se percató de que esa interpretación fue un intento de llevarla a término *consistentemente;* en cambio, él la toma como una de las formas "complementarias" de mirar la situación, para uno u otro propósito. Esto explica la concesión que Born hace al instrumentalismo en su observación inicial, citado con anterioridad.

Explica el hecho, de otro modo incomprensible, de que en el mismo libro en que se hace este elocuente alegato en favor de una interpretación general completamente objetiva de la probabilidad, la Mecánica Estadística se desarrolle y defienda elaboradamente como una teoría puramente subjetiva. Y explica por qué, tres años después de la publicación de ese libro, Born pudo escribir sobre "la interpretación estadística de la Mecánica Cuántica" lo siguiente: "Ésta no es una

cuestión sencilla y no sólo exige el conocimiento de un complicado formalismo matemático, sino también una cierta actitud filosófica: la voluntad de sacrificar conceptos tradicionales y aceptar otros nuevos, como el Principio de Complementariedad de Bohr."

Ahora bien (respecto al conocimiento de un complicado formalismo matemático), hay que decir que si se toma en serio el elocuente alegato de Born en favor de una interpretación general completamente objetiva de la probabilidad, no puede sostenerse esto; porque en ese caso, el problema de interpretar la probabilidad en juegos tales como el de tirar monedas, sería fundamentalmente el mismo que el de interpretar la probabilidad en la *teoría cuántica*, y no habría ninguna necesidad de apelar al principio de complementariedad de Bohr. Destaca, entre otros que anticiparon en parte la interpretación propensivista de Dirac. También hay que mencionar a Jeans. [Sir James Jeans, *The New Bakground of Science,* 2a. ed., 1934. En las pp. 229 a 233 hay un comienzo de una discusión muy prometedora sobre probabilidad subjetiva *versus* probabilidad objetiva; pero, aunque es muy instructiva, la discusión no conduce a ninguna propuesta positiva.

Esto lo reconoce el autor en la p. 241, donde resume la discusión diciendo: *Describimos allí las ondas de la imagen ondulatoria como "ondas de probabilidad", pero fuimos incapaces de atribuir un significado preciso al término.* Despues, Jeans adopta la interpretación subjetiva ("nuestra falta de conocimiento preciso", p. 242).]

En un artículo de Heisenberg se encuentra asimismo una clara formulación de la interpretación propensivista; y sorprendentemente pretende que es la concepción ortodoxa. Pero pronto resulta que Heisenberg no utiliza la interpretación que con tanta claridad describe (de la misma manera que no lo hace Max Born). Cree realmente que es equivalente a la vieja concepción ortodoxa de la complementariedad, y vuelve a caer en su vieja doctrina de la perfecta dualidad entre partículas y ondas, de los saltos cuánticos (y considera que la reducción del paquete de ondas es un ejemplo de ellos), del papel del observador y de todos esos fantasmas ortodoxos cuyo "exorcismo" es uno de los resultados secundarios de la interpretación propensivista, cuando se comprende plenamente.

En este artículo, Heisenberg atribuye la introducción de lo que se ha llamado la interpretación propensivista al famoso artículo de Bohr, Kramers y Slater (1924), que fue precursor de la Mecánica Cuántica: *... la... interpretación de Bohr, Kramers y Slater (escribe Heisenberg)... contenía algunos rasgos muy importantes de la interpretación posterior, correcta. El más importante de ellos era la introducción de la probabilidad como un nuevo tipo de realidad física "objetiva"*. Este concepto de la probabilidad está estrechamente relacionado con el concepto de la filosofía natural de los antiguos, como Aristóteles; es, hasta cierto punto, una transformación del viejo concepto de *potentia* de idea cualitativa a idea cuantitativa. [Véase W. Heisenberg, "The Development of the Interpretation of the Quantum Theory", en *Niels Bohr and the Development of Physics,* 1955, pp. 12 y ss.]

La atribución de una nueva idea de probabilidad objetiva de este tipo (la probabilidad como medida de una potencialidad o disposición o propensión) a la obra de Bohr, Kramers y Slater es sorprendente, aunque quizá defendible, a pesar de que la idea está, en el mejor de los casos, sólo implícita en su enfoque. Pero hay algo aún más sorprendente: ver esta idea descrita como uno de los "rasgos muy importantes de la interpretación posterior, correcta", que Heisenberg identifica con la "Interpretación de Copenhague", desarrollada en 1927 por Bohr y él mismo *(op. cit.,* p. 15); no se habían, sin embargo, encontrado vestigios de esta idea en ninguno de los primeros artículos de Bohr, ni de Heisenberg; y esto no es casual. Porque según la interpretación ortodoxa, de Copenhague, ideas tales como el papel de la observación y de la medición son de importancia decisiva, y las relaciones de indeterminación, que excluyen las mediciones precisas, tienen como función principal la de introducir en la teoría un elemento de incertidumbre y con él, consideraciones probabilísticas. En otras palabras, la Teoría de la Probabilidad entra en escena a causa de ciertas limitaciones que la teoría impone sobre las mediciones y, por tanto, sobre la precisión del *conocimiento,* lo que da a la teoría *su característica mezcla de elementos objetivos y subjetivos.*

De pronto parecía que todo esto se había desechado y que una interpretación puramente objetiva de la potencialidad o propensión ocupaba ahora su lugar. Sin embargo, no había razón para alarmarse. A pesar del pasaje citado, no había cambio real en la teoría ortodoxa. Exactamente igual que en el caso de Born, las potencialidades reales de la *potencia* aristotélica, es decir, de la propensión, no se realizan en el artículo de Heisenberg, éste sigue operando con los misterios cuánticos, los "tres artículos de fe", como los llama Lande ["The Logic of Quanta", *British Journal for the Philosophy of Science,* 6, 1956, p. 301]: dualidad, incertidumbre y complementariedad; y, además, con todos esos *misterios y horrores cuánticos gratuitos,* tales como la confusión de objeto y sujeto, las "transiciones de lo posible a lo real" como consecuencia de las mediciones, y los saltos cuánticos.

Entre los que anticiparon la interpretación propensivista, sólo Lande trató de aplicarla sistemática y consistentemente para, con su ayuda, desvelar la mayor parte de los famosos, pero gratuitos misterios cuánticos; y le pertenece a él la prioridad en esta interpretación. Primero, Lande establece la necesidad de interpretación. [Para la obra de Lande, véase su *Foundations of Quantum Theory,* 1955; *From Dualism to Unity in Quantum Physics,* 1960; y *New Foundations of Quantum Mechanics,* 1965.]

Primero, Lande establece la necesidad de una probabilidad objetiva y singular (véase *El universo abierto: Un argumento en favor del indeterminismo,* tomo II del texto de Popper de 1996*);* reconoce que este paso implica, por sí solo, el rechazo del determinismo; basa la teoría en probabilidades relativas o de transición [éstas son las cadenas de Markov sobre las que Fenyes basa su desarrollo más elegante; *cf.* J. Fenyes, *Zeitschrift fur Physik,* 132, 1952, pp. 81-106; véanse

especialmente pp. 103-105. Ahí se muestra que la teoría cuántica, es decir, la ecuación de Schrödinger, es deducible de la teoría de la difusión estadística en conjunción con un principio clásico de variación, la ecuación diferencial de Euler-Lagrange. (El significado físico de esta conjunción carece todavía de una discusión cuidadosa.)]; y, lo más importante, trata de *explicar,* sobre esta base, las reglas cuánticas que como él señala, se han convertido en artículos de fe.

Sólo hay un punto importante en donde se cree que Lande no explota a fondo el poder de la interpretación propensivista. Es su intento de explicar "los modos de interacción simétricos y antisimétricos" por medio de *la indiscernibilidad de partículas idénticas* en todos los aspectos de la observación. [Lande, *"The Logic of Quanta"*, *op. cit.,* pp. 319 (3), 313; véase también su *Foundations of Quantum Theory,* p. 65.]

Esta explicación no es satisfactoria; ni tampoco necesaria. El recurso al principio de Leibniz no está justificado en absoluto, puesto que Leibniz no se refiere a los indiscernibles *bajo observación;* por otro lado, el principio positivista de la identidad de los indiscernibles *bajo observación* parece insostenible, por no decir que repugnante. [Véase el artículo "El lenguaje y el problema del cuerpo y la mente", *Proceedings of the XIth International Congress of Philosophy,* 7, 1953, pp. 101 y ss. Reimpreso en *El desarrollo del conocimiento científico* (C. & R., Ed., 1963). Como se indicaba ahí, si dos billetes de banco son indistinguibles bajo observación (incluso en su numeración), uno de los dos puede ser auténtico, pero se tienen todas las razones para creer que uno de los dos tiene que ser falso. Una falsificación no se convierte en algo auténtico porque sea una falsificación perfecta.]

Pero el punto principal es que una aplicación decidida de la interpretación propensivista hace innecesaria la apelación a un principio distinto. Porque el Principio de Exclusión de Wolfang Pauli puede ser incorporado como parte de la teoría ondulatoria del electrón bajo la forma del postulado de que, de las tres clases posibles de simetría, sólo ocurre la clase antisimétrica. [Véase, por ejemplo, W. Pauli, *"Exclusion Principle and Quantum Mechanics"*, *Les Prix Nobel en 1946,* esp., pp. 135 y ss. Pauli expresó ahí, con toda justicia, en la p. 136, su desilusión por el hecho de que la nueva *teoría cuántica* no consiguiera explicar (o deducir) el principio de exclusión. Pero la forma en que hay que suponerlo parece mucho menos *ad hoc* que la aplicación de Lande de lo que él llama el "Principio de Leibniz".]

De esta forma, no se refiere a las partículas indistinguibles; y desde el punto de vista de la interpretación propensivista, supone que es cero la probabilidad de encontrar un sistema que viole los diversos corolarios (tales como el que establece las estadísticas de Fermi-Dirac) del principio de exclusión.

1.18 ¿Existen los saltos cuánticos?

El título de este apartado está tomado de un artículo de Schrödinger [E. Schrödinger, "Are There Quantum Jumps?", *British Journal for the Philosophy of Science,* 3, 1952, pp. 109-123 y 223-242], en el que muestra que la *teoría cuántica* no autoriza una interpretación según la cual existan los saltos cuánticos. Los saltos cuánticos fueron introducidos por primera vez por Bohr con su modelo atómico de 1913. Eran transiciones súbitas de electrones de un estado estacionario a otro, unas transiciones de las que se dijo entonces que no tomaban ningún tiempo. Sin embargo, la emisión de un cuanto de luz (que la teoría liga a la transición) sí que toma tiempo, según la nueva *teoría cuántica* y según los experimentos.

Desde el punto de vista de la teoría, el hecho de que la emisión tome tiempo puede verse, por ejemplo, por las relaciones de indeterminación, puesto que, de otro modo, la frecuencia (energía) del cuanto tendría que ser indeterminada. Desde el punto de vista del experimento, el tiempo medio puede calcularse, por ejemplo, a partir de la longitud media de un tren de ondas coherente (de 3 a 4 pies de longitud). [Schrödinger, *op. cit.,* p. 113. Implícitamente, todo esto ya lo había señalado Planck en 1923. (Prefacio a la 5ª ed. de su *Theorie der Warmestrahlung*), *y* Bohr lo había admitido en 1927; *cf. Atomic Theory and the Description of Nature,* 1934, pp. 81, 83 y ss. y 86 y ss.

Los saltos cuánticos son una vieja aversión de Schrödinger. Pero ya existen esas razones; al menos, no se da ninguna en las dos réplicas (algo contradictorias) que recibe el artículo de Schrödinger, una de Max Born [M. Born, *"The Interpretation of Quantum Mechanics"*, *Brit. Journ. Phil. Sc.,* 4, pp. 95-106 y otra posterior de Heisenberg.

Born no contesta en absoluto a la pregunta de Schrödinger. En cambio, discute una cuestión totalmente diferente, que introduce en el título de su sección 2: *¿Existen los átomos?* Pretende que la intención real de Schrödinger es negar la existencia de los átomos. Esto parece una interpretación errónea y completamente inexplicable de las concepciones de Schrödinger y, sobre todo, de lo que dice en el lugar criticado por Born. La teoría de Schrödinger puede explicar los átomos (no como ondas, sino como *estructuras* ondulatorias), pero no los descarta.

Mientras que Born no responde a la pregunta de Schrödinger en su artículo [descuidó aquí la discusión de Born sobre *colisiones, op. cit.,* p. 104; aunque parece ser (como lo señaló el Dr. Agassi) que al limitar su discusión a la teoría estacionaria de las colisiones, no toca el argumento de Schrôdinger], Heisenberg lo hace. Al principio no parece decir nada más que Born, porque recurre (en lugar de a la existencia de átomos) a la existencia de "un elemento de discontinuidad**...** que se encuentra por todas partes en la física atómica (de manera muy obvia, por ejemplo, en la pantalla de centelleo)". [Heisenberg, *op. cit.,* p. 24. *Cf.* también pp. 26 y ss., para la "reducción del paquete de ondas".] Con esto, claramente, Heisenberg no

lleva ni un paso más lejos que Born. Que los centelleos sean una novedad para Schrödinger también lo puede ser para otros físicos; pero parece que ya nadie sepa que Schrödinger nunca negó esas discontinuidades, sino que trató de *explicarlas (*y lo importante es que no fracasó totalmente).

Pero después de esto, Heisenberg hace una sugerencia definida respecto a la cuestión tratada y dice: *En la interpretación habitual de la teoría cuántica esto ("esto" es la discontinuidad y, presumiblemente, el salto cuántico) está contenido en la transición de lo posible a lo real.* Hecha de esta manera su contrapropuesta a la proposición de Schrödinger de que se abandone el mito de los saltos cuánticos, Heisenberg concluye su crítica de Schrödinger (del hombre que explicó los estados estacionarios y los números cuánticos) diciendo: *El propio Schrödinger no ofrece propuesta alternativa de cómo piensa introducir el elemento de discontinuidad, observable en todas partes, de una manera diferente a la de la interpretación habitual* (¿los valores característicos [Eigenvalores] no eran una contrapropuesta?).

Así, Schrödinger recibe dos respuestas: la primera alega que su negación de los saltos cuánticos equivale a una negación de los átomos y otras "discontinuidades"; y la segunda sugiere que los saltos cuánticos son idénticos a la famosa, o más bien tristemente famosa, transición de lo posible a lo real (es decir), idénticos a la "reducción del paquete de ondas". Sin duda, la reducción del paquete de ondas puede ocurrir de modo muy repentino; incluso con velocidad superior a la de la luz*;* porque, simplemente, no se trata de un suceso físico, se trata del resultado de la libre elección de nuevas condiciones iniciales [o de usar un nuevo valor de *b* en *p(a, b)*].

Lo más notable es que el propio Heisenberg, en el mismo artículo, admite que esta "reducción" no es un efecto cuántico; porque dice (p. 27) que es, *exactamente igual que en la Termodinámica de Gibbs, una consecuencia de la transición de lo posible a lo real*. Así, su respuesta a Schrödinger equivale a la afirmación de que *existen* los saltos cuánticos, exactamente igual a que existen los saltos cuánticos en la teoría clásica. Estas respuestas sugieren con fuerza que realmente no parece haber evidencia de la existencia de los saltos cuánticos. Pero, si es así, ¿por qué no decirlo?, ¿y por qué atacar a Schrödinger cuando lo dice?

Si se mira ahora el problema desde el punto de vista de la interpretación propensivista, quizá resulte un poco más claro en un punto. En primer lugar, está claro que no puede haber saltos cuánticos en el sentido de concepción antiguo, a causa del Principio de Indeterminación de Heisenberg (con respecto al tiempo y la energía). En segundo lugar, la "reducción" del paquete de ondas no es, desde luego, un salto *cuántico, independien*temente de lo que diga Heisenberg; porque, de otro modo, las monedas darían saltos cuánticos. En tercer lugar (y éste es el resultado de la interpretación propensivista), la *teoría cuántica* no es una teoría que describa procesos dinámicos en el tiempo, sino una teoría propensivista probabilística que da

peso y paso a las distintas posibilidades. Así pues, incluso ahí donde no se supone que un proceso tome tiempo, el proceso *puede,* no obstante, tomar tiempo.

Por ejemplo, el caso de la interacción entre una partícula y un polarizador; parece que la partícula "salta", a consecuencia de esta interacción, a uno de dos estados, polarizándose bien perpendicular bien paralelamente al eje óptico del polarizador. Esto lo sugiere no sólo Dirac [Dirac, *The Principles of Quantum Theory,* 3a. ed., 1947, p. 7], por ejemplo, sino también Lande [Lande, *Foundations of Quantum Theory,* p. 18].

Ahora bien, esto puede ser verdad, por lo que se sabe (aunque no se crea que lo sea). Pero parece bastante claro que nadie sabe que sea cierto ni siquiera que sea una consecuencia de la teoría. Todo lo que la teoría dice (en su interpretación propensivista) es que hay ciertas propensiones a que las partículas tomen uno u otro de los dos estados al interactuar. Incluso dice que los procesos comparables a ése toman tiempo (como la interacción con un filtro que absorbe la luz, por razones análogas a las relacionadas con la emisión de un cuanto de luz).

Así, parece que está claro que, también en este caso, *la teoría no implica que existan los saltos cuánticos;* y se cree que eso es lo que dijo Schrödinger; aunque no sólo lo dijo mucho mejor, sino que además hizo otras muchas sugerencias interesantísimas para el desarrollo ulterior de la teoría.

1.19 ¿Existen las partículas?

Actividades para el lector

Consulte en el apoyo web el video. "La Teoría de la Superposición."

Se ha visto que Born y Heisenberg responden a la oportuna pregunta de Schrödinger: "¿existen los saltos cuánticos?" sugiriendo que lo que Schrödinger quería preguntar en realidad era: "¿existen los átomos?", o "¿hay discontinuidades?" Pero no hay razón para no abordar la cuestión propuesta. ¿Existen las partículas? ¿Existen los átomos, electrones, fotones, nucleones y la multitud de partículas que se han descubierto en los últimos veinticinco años? La respuesta tiene que ser un "sí" *con reservas.*

Para dejar claro lo que quiere decir un "sí" *con reservas,* se tiene que distinguir primero entre dos preguntas diferentes. La primera es si algún científico cree, o conjetura, que existen las partículas. La segunda es si la existencia de las partículas está entrañada en la *interpretación* del formalismo mecánico-cuántico actual. La respuesta a la primera pregunta es que Schrödinger cree, sin duda alguna, que existen las partículas, pero que fue él el primero de los teóricos cuánticos que vio la posibilidad de explicar las partículas por algo distinto y la necesidad de tal explicación.

Lo hizo en un momento en que las "partículas elementales", que era como se llamaba entonces normalmente a los electrones y protones, eran todavía consideradas, por lo general, ladrillos indestructibles. Hoy, ya no se usa la palabra «partícula» con la connotación de que esas cosas son indestructibles. *Pero no hay que olvidar que la primera sugerencia de que las partículas pudieran tener una vida limitada provino de la teoría de Schrödinger.*

Nadie sugeriría (y menos Schrödinger), que esa teoría tuvo éxito en todos los aspectos. Pero su posición fundamental (que las partículas no son primarias, sino que *requieren una explicación,* en términos de algo diferente de las partículas) difícilmente podrá cuestionarse. La teoría de Schrödinger fue el primer intento y, fundamentalmente el único, en esa dirección y podría decirse que el nuevo significado del término "partícula" debe mucho, si no todo, al hecho de que se haya aprendido, por esa teoría, a pensar en términos de partículas que no son primarias o "elementales".

Dicho de otro modo, aunque no parece que su teoría proporcione una explicación satisfactoria de las partículas y sus transiciones, ha mostrado que se puede dar una explicación, y cómo puede darse. En realidad, esto es todo lo que se tiene a modo de enfoque de la teoría en este terreno. Se tiene que tener presente todo esto si se quiere evaluar la observación de Heisenberg de que "el propio Schrödinger no ofrece propuesta alternativa de cómo piensa introducir el elemento de discontinuidad" (por ejemplo, la discontinuidad debida a la existencia de partículas).

También se tiene que tener presente si se quieren analizar los comentarios de Pauli sobre la "oposición" contra la escuela ortodoxa. "No falta la oposición (escribe Pauli), pero ha permanecido estéril y aferrada a un estado de esperanza regresiva (o retrógrada). El sector de la oposición al que pertenece Schrödinger (continúa Wolfang Pauli con marcada ironía), sostiene que las ondas son más bellas que las partículas y, por tanto, trata de eliminar el concepto de partícula..." [W. Pauli, *Dialéctica,* 8, 1954, p. 115.] No puede evitarse la sensación de que la ironía está fuera de lugar: nadie quiere "eliminar" el concepto de partícula, pero algunos pensaron, y siguen pensando, que puede resultar que no sea una categoría primaria e irreducible de la Física. De hecho, sorprendería si Pauli o Born o cualquier otro miembro de la ortodoxia negase esto. ¿Por qué atacar, entonces, a Schrödinger, por ser el primero en plantear el problema y por ser el primero en abrir los ojos de los científicos modernos a la posibilidad de partículas inestables? Explicar una cosa no equivale a descartarla.

La teoría de Schrödinger, según la cual las partículas son estructuras ondulatorias bastante simples ("paquetes de ondas") es demasiado simple y resulta refutada por el carácter de la transición de las partículas. Las estructuras de las partículas son más complejas, y el paquete de ondas debería interpretarse como

determinante de las propensiones (como se explicará más adelante) en vez de como una descripción de la estructura de la partícula. Pero ésta, como cualquier otra concepción de la cuestión, debe estar, si es en absoluto sostenible, en profunda deuda con la teoría de partículas de Schrödinger, que fue verdaderamente revolucionaria.

La respuesta a la segunda pregunta (si en la interpretación de la teoría cuántica actual entrara la existencia de las partículas) depende, naturalmente, de la interpretación que se escoja. Born, Pauli y Heisenberg dan a entender claramente que la existencia de las partículas forma parte de la interpretación que ellos aceptan, que es la Interpretación ortodoxa o de Copenhague, y que difieren de Schrödinger en ese punto.

Esto es un poco sorprendente; porque antes de que surgiera la polémica en torno al artículo de Schrödinger *Are There Quantum Jumps?* (¿Existen los saltos cuánticos?), se hubiera pensado que la concepción de Copenhague sobre esta cuestión sería muy diferente. Se diría que, según esa concepción, las partículas y las ondas no serían *nada más* que dos tipos de "imágenes" que se usan para poder *aplicar* el formalismo teórico-cuántico, y que eran necesarias porque toda aplicación tiene, por fuerza, que usar modelos e ideas clásicas. Los conceptos de "partículas" y "ondas" se usan solamente porque son precisamente ideas clásicas. Respecto a su realidad o existencia, se piensa que la Interpretación de Copenhague adoptaba la perspectiva de que no debía hacerse esta pregunta, o, al menos, que la respuesta sería que no existe nada parecido a las partículas o a las ondas, y que las partículas y las ondas son sólo conceptos clásicos con los que se describen ciertos aspectos (complementarios) de lo que quiera que sea lo que existe. Ésta, era la concepción ortodoxa. Pero nunca se sabe.

Esta ortodoxia es todavía más escurridiza de lo que suelen ser las ortodoxias. Todavía no se dispone de una Biblia para la *Exégesis;* por tanto, ésta no debe ser intentada por nadie que esté fuera de esta esotérica ortodoxia. La *exégesis ortodoxa* es, a veces, indistinguible de un cambio subrepticio de fachada. Contrariamente a esta perspectiva, Schrödinger afirmaba con énfasis la existencia real de átomos y partículas, aunque tratase de explicarlos como estructuras ondulatorias.

Exégesis

La palabra *exégesis,* significa *extraer el significado de un texto dado.* La *exégesis* suele ser contrastada con la *eiségesis,* que significa *insertar las interpretaciones personales en un texto dado*. En general, la *exégesis* presupone un intento de ver el texto objetivamente, mientras que *eiségesis* implica una visión más subjetiva.

Tampoco se recuerda que en la larga historia de la polémica sobre la teoría ondulatoria de la luz nadie dijera nunca que los que mantenían esa teoría eran de la opinión de que la luz (o, más exactamente, los rayos de luz) no existían. El caso es perfectamente análogo, puesto que Schrödinger explicó la transición de la mecánica de partículas a la mecánica de ondas como un paso que correspondía exactamente a la transición de la teoría radial de la luz (óptica geométrica) a la teoría ondulatoria.

Pero se seguirá investigando la actitud de los distintos intérpretes de la *teoría cuántica* existente hacia nuestro problema de si "existen las partículas". En cambio, se indica brevemente cuál sería la respuesta desde el punto de vista de la interpretación propensivista. La respuesta sería ésta: la *teoría cuántica* actual, vista desde la interpretación propensivista, es una teoría de partículas. Las ondas no hacen más que determinar los *estados* probables de la partícula, es decir, la probabilidad o propensión de la partícula a estar en un lugar determinado o a poseer un momento determinado. Las ondas no constituyen las partículas.

Por tanto, puede declararse un científico inequívocamente, en favor de una interpretación en términos de partículas, aunque se esté enamorado de las ondas. No debe haber ninguna contradicción en estar enamorado de una idea (creer que hay mucho que aprender de ella) y afirmar, al mismo tiempo, que esa idea no encaja en la situación de un cierto problema. La teoría ondulatoria de la partícula, de Schrödinger, está llena de promesas y marca el comienzo de una teoría de las partículas. Pero, al mismo tiempo, la teoría actual se interpreta con la mayor facilidad como una teoría de partículas. Para evitar cualquier malentendido, debe dejarse claro que no se cree que haya dualismo entre ondas y partículas ni nada lejanamente parecido. Respecto a las ondas piloto de De Broglie, se sugiere que la mejor manera de interpretarlas es como ondas de propensiones.

1.20 Espacio de posición

La idea de "partícula" ha cambiado, como se ha visto, desde la de algo primario e indestructible a la de algo cambiante y necesitado de explicación. ¿Por qué se sigue usando el término "partícula"? La cuestión no es importante, pero tampoco carece por completo de interés, en vista de las protestas que ha suscitado la supuesta incredulidad de Schrödinger respecto de su existencia. La fuerte inclinación a hablar de "partículas" está sin duda relacionada con la idea intuitiva de que una partícula es algo localizado en cualquier momento en una pequeña región del espacio, cuya trayectoria conexa en el espacio puede, en principio, seguirse por medio de las diversas posiciones que ha ido ocupando.

Con "espacio" se refiere aquí a "espacio de momentos", o a "espacio-tiempo", o a ningún espacio abstracto, sino al espacio corriente o, como se podría llamarlo: *espacio de posición.* La trayectoria de una partícula en una Cámara de Niebla de Wilson o en una pila de placas fotográficas de Powell (que es fundamentalmente lo mismo), es el tipo de trayectoria en el espacio de posición que se tiene en mente; así pues, las cámaras de Wilson y las pilas de Powell son, esencialmente, partes del espacio de posición.

No deja de tener interés señalar que *todos* los experimentos con partículas y, más en general, con sistemas mecánico-cuánticos, consisten en interpretar mediciones de posición. Esta afirmación es incluso trivial, como quedará claro con pensarlo un poco. Todas las mediciones de velocidades o de momentos consisten esencialmente en interpretar mediciones de posición. Esto ocurre incluso con los corredores, los coches o los aviones, cuyas velocidades se pueden calcular a simple vista; si se quieren medir sus velocidades, o bien medirse dos posiciones o leerse la posición de un marcador en un velocímetro.

Con partículas atómicas o subatómicas, la situación es exactamente la misma. Para medir el momento, se mide la posición; y, por regla general, hace falta más de una posición. Esto es cierto para cualquier método que utilice espectroscopios, porque es la posición final del fotón la que es indicativa de su frecuencia o momento; y ello es así aunque se use un filtro: el punto esencial es que la partícula ha *pasado* el filtro, lo que es una cuestión de su localización en el espacio de posición. Bohr ha dicho algo muy parecido porque escribe: *... hay que percatarse de que... el uso de conceptos espacio-temporales en la descripción de los fenómenos atómicos se reduce al registro de observaciones que se refieren a marcas sobre una placa fotográfica o a efectos similares de amplificación como la constitución de gotas de agua en torno a un ión en una cámara de niebla*. [*Cf.* N. Bohr, "Discussion with Einstein on Epistemological Problems in Atomic Physics", en *Albert Einstein, Philosopher-Scientist,* pp. 222 y ss.]

La observación de Bohr contiene una advertencia respecto a que, incluso la «observación» de una parte de la trayectoria de la partícula en el espacio de posición es, como todas las «observaciones», en realidad una *interpretación* a la luz de teorías, a pesar de su evidencia aparentemente intuible. La medición del *momento* de una partícula será, por tanto, una interpretación de una interpretación; es decir, una interpretación de orden superior. (Puede decirse, de paso, que todas las mediciones son interpretaciones de un orden muy elevado; tan elevado, de hecho, que a menudo no se pueden siquiera comparar las interpretaciones para saber si son de orden superior o inferior).

1.21 Resumen

Se ha visto que, en un sentido básico en la Física, un vacío en el espacio-tiempo no es un concepto vacío, sino que contiene un vasto número de todas las partículas conocidas. La forma en que estas partículas deben ser detectadas implica el uso de una señal luminosa de alta energía. También es verdad que no hay razones básicas para suponer que el espacio-tiempo puede ser dividido en intervalos cada vez más pequeños indefinidamente. El espacio-tiempo puede ser un continuo, o puede ser discreto, si consiste en alguna forma de celdas indivisibles. En su interacción con la materia, el espacio-tiempo actúa en forma fundamental como un espejo perfecto, que suministra una imagen completa y por completo invertida de cada partícula en el universo. También puede ser verdad que el espacio-tiempo mismo sea o un recipiente pasivo del mundo físico, o por sí mismo, la causa de todos los fenómenos físicos por, y a través de su propia geometría intrínseca. A manera de conclusiones a este capítulo se pueden establecer las siguientes conceptualizaciones:

- Como con Parménides, el mundo está lleno, en el sentido de que el vacío tiene una estructura y es, él mismo, un campo de propensiones (entendiendo por propensión la tendencia o inclinación que una persona o cosa tiene hacia algo, especialmente a lo que es de su gusto o naturaleza) que son reales.
- Como con los atomistas, la estructura de la materia es atómica, y el dualismo entre lo lleno y lo vacío (o entre materia y espacio o campo) es, hasta cierto punto, conservado, como una distinción entre la realización de una propensión y la propensión a realizar.
- Como con Platón y Euclides, el énfasis en la geometría se conserva; y también la cosmología geométrica: en este aspecto, la cosmología no-euclidiana, como la cosmología es más euclidiana que Euclides, porque la geometría como tal, se utiliza incluso para describir la distribución de la materia en el mundo.
- La concepción aristotélica de las potencialidades inherentes y su actualización se desarrolla en la forma de una teoría *relacional* en la que las estructuras de relación, en lugar de ser inherentes a cada cosa material, pueden caracterizarse como potencialidades.
- El enfoque geométrico (platónico) de El Renacimiento se conserva también, así como el método hipotético de Platón y su énfasis en las causas antecedentes.
- La teoría de los fluidos (el calor por ejemplo) de los cartesianos y de Boyle se conserva en la forma de la Ley de la Conservación de la Energía. Su acción a distancias decrecientes se conserva en la forma de Teoría de los Campos.
- La Teoría Propensivista puede describirse como una generalización del dinamismo.

- Las fuerzas centrales (que corresponden a las potencialidades inherentes de Aristóteles) dan lugar, como con Faraday y Maxwell, a campos de potencialidades de un carácter relacional.
- Como en el Programa de Einstein y Schrödinger, las leyes dinámicas del cambio de esos campos de propensiones son de carácter determinista *prima facie* (como las leyes de una teoría clásica). Además, las propensiones (incluso aquellas que para su representación geométrica necesitan un espacio abstracto multidimensional de posibilidades) son tratadas como realidades físicas. Estos dos puntos, una realidad física descrita por medio de leyes deterministas y una realidad a la que es aplicable la idea de campos (de modo que las leyes son ecuaciones diferenciales parciales), eran las principales ideas de Einstein para una teoría unificada del mundo. Se conservan.
- El punto de vista de la interpretación ortodoxa de la teoría cuántica, incluido su "dualismo" de campo y partícula o de onda y partícula, es reinterpretado y conservado en términos de dualismo de las potencialidades. El carácter probabilístico de la teoría, especialmente resaltado por Born y Pauli, también se conserva.

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿En qué sentido se puede decir que el *vacío* tiene temperatura? Argumente su(s) respuesta(s).
2. ¿En qué sentido puede un "vacío absoluto" considerarse como absolutamente vacío; y en qué sentido, puede ese mismo vacío considerarse como lleno? Apoye su argumentación a partir del concepto de *detectabilidad.*
3. ¿En qué sentido se puede considerar el espacio-tiempo como un espejo?
4. Discuta el procedimiento por el cual se supone que el espacio-tiempo es un continuo cuando se aplica el Cálculo Diferencial e Integral a la mediciones efectuadas en el espacio-tiempo. Use la definición fundamental de *diferencial* en su argumentación.
5. En su opinión, ¿puede la propiedad llamada *vida*, ser clasificada como una propiedad puramente física que deba ser reflejada en el espejo del espacio-tiempo?
6. De todas las lecturas que confrontó en este capítulo a través de algunas notas incluidas en el texto general, realice una exposición argumentando su postura teórica en favor o en contra de ellas.

BIBLIOGRAFÍA

Acosta, Virgilio; Cowan, Clyde L. y Graham, B. J. (2000). *Curso de Física*. México: Oxford.

Aharonov, Y. and Albert, D. Z. (1981). *Can we make sense out of the measurement process in Relativistic Quantum Mechanics?* USA: *Phys. Rev. D 24,* 359.

Aharonov, Y., Popescu, S. and Vaidman, L. (1995). *Casuality, Memory Erasing and Delayed choice experiments.* USA: *Phys. Rev. A* 52, 4 984.

Alonso, Marcelo y Finn, Edward, J. (1986). *Física: Fundamentos Cuánticos y Estadísticos*. Vol. III. EUA: Addison-Wesley Iberoamericana.

Alonso, Marcelo y Rojo, Luis (1990). *Física. Campos y Ondas.* EUA: Addison-Wesley Iberoamericana.

Anderson, A. (1995). *Quantum Backreaction on Classical Variables.* USA: *Phys. Rev. Lett.* 74, 621.

Aspect, A.; Dalibard, J. and Roger, G. (1982). *Experimental Test of Bell´s Inequalities using Time-Varying Analizers. Phys. Rev. Lett.* 49, 1 804.

Aspect, A. (1999). *Bell´s Inequality Test: More Ideal than Ever. Nature* 398, 189.

Bak, P. (1996). *How Nature Works. The Science of Self-Organized Criticality.* New York: Springer-Verlag.

Barut, A. O. and Van Huele, J. F. (1985). *Quantum Electrodynamics based on Self-Energy: Lamb shift and Spontaneous Emission without Field Organization. Phys. Rev. A* 32, 3 187-3 195.

Barut, A. O. and Dowling, J. P. (1987). *Quantum Electrodynamics based on Self-Energy, without Second Quantization: The Lamb shift and Long-Range Casimir-Polder Van Der Waals Forces near Boundaries. Phys. Rev. A* 36, 2 550-2 556.

Beckman, D.; Chari, A. N.; Devabhaktuni, S. and Preskill, J. (1996). *Efficient Networks for Quantum Factoring. Phys. Rev. A* 54, 1034-1063 (lanl preprint, quant-ph/9602016).

Bell. J. (1987). *Speakable and unspeakable in Quantum Mechanics.* Cambridge: Cambridge University Press.

Benenti, Giuliano; Casati, Giulio and Strini Giuliano (2004). *Principles of Quantum Computation and Information.* Vols. I and II. *Rev. World Scientific.*

Benioff, P. (1980). *The Computer as a Physical System: A Microscopic Quantum Mechanical Hamiltonian Model of Computers as Represented by Turing Machines. Journal of Statistical Physics*, 22, pp. 563-591.

Benioff, P. (1984). *Comment on Dissipation.* In *Phys. Rev. Lett.* 53, 1 203.

Benioff, P. (1986). *Quantum Mechanical Hamiltonian Models of Computers. Acad. Sci.* 480, 475.

Bennet, C. H.; Brassard, G.; Crépeau, C. and Jozsa, R. (1993). *Teleporting an unknown Quantum State via dual Classical and Einstein-Podolski Rosen Channels. Phys. Rev. Lett.* 74, 4 083-4 086.

Bennett, C. H.; Bernstein, E.; Brassard, G. and Vazirani, U. (1996). *Strengths and weaknesses of Quantum Computing.* The SIAM Journal on Computing.

Berndl, K., Dürr, Goldstein, S. and Zanghi, N. (1996). *Nonlocality, Lorenz Invariance and Bohmian Quantum Theory. Phys. Rev. A* 53, 2 062-2 073.

Bernstein, E. and Vazirani, U. (1993). *Quantum Complexity Theory. Proceedings 25th ACM Symposium on Theory of Computing*, pp. 11-20.

Berthiaume, A. and Brassard, G. (1994). *Oracle Quantum Computing. Journal of Modern Optics,* Vol. 41, no. 12, pp. 2 521-2 535.

Bohm, D. (1980). *Wholeness and the Implicate Order.* London: Routledge and Keagan Paul.

Bohm, D. and Hiley, B. J. (1993). *The Undivided Universe.* London: Routledge.

Bohm, D. (1999). *Time Asymmetric Quantum Physics. Phys. Rev. A* 60, 861-876.

Bohm, D. (1996). *The Special Theory of Relativity.* London: Routledge.

Boyer, M.; Brassard, G.; Hoyer, P. and Tapp, A. (1996). *Tight Bounds on Quantum Searching Proceedings. Phys. Comp*. (lanl e-print quant-ph/9605034).

Brillouin, L. (1922). *La Théorie des Quanta.* Paris: Presses Universitaires de France.

Coles, P. (1998). *The End of the Old Model Universe. Nature* 393*,* 741.

Cramer, J. G. (1986). *The Transactional Interpretation of Quantum Mechanics. Rev. Mod. Phys.* 58, 647-687.

Chuang, L. I. and Nielsen, M. A. (2000). *Quantum Computation and Quantum Information.* Cambridge: Cambridge University Press.

De Broglie, L. (1927). *Physique.* (*serie 6*), VIII, 225.

De Broglie, L. (1960). *Non Linear Wave Mechanics.* Amsterdam: Elsevier.

De Broglie, L. (1964). *La Thermodynamique de la Particle Isolée.* Paris: Gauthier-Villars.

De Broglie, L. (1970). *The Reinterpretation of Wave Mechanics. Found. Phys.* 1, 5-15.

Deutsch, D. (1985). *Quantum Theory: The Church-Turing Principle and the Universal Quantum Computer. Proc. Royal Society London Ser. A*, 400, pp. 96-117.

Deutsch, D. and Jozsa, R. (1992). *Rapid Solution of Problems by Quantum computation. Proceedings Royal Society of London, A* 400, pp. 73-90.

Deutsch, D.; Barenco, A.; Ekert, A. and Jozsa, R. (1995). *Conditional Quantum Dynamics and Logic Gates. Phys. Rev. Lett.* 74, 4 083-4 086.

Dunningham, J. A.; Wiseman, H. M. and Walls, D. F. (1997). *Manipulating the Motion of a Single Atom in a Standing Wave via Feedback. Phys. Rev. A* 55, 1 398-1 411.

Dürr, C. and P. Hoyer, P. (1996). *A Quantum Algorithm for Finding the Minimum* (lanl preprint, quant-ph/9602016).

Dürr, S.; Nonn, T. and Rempe, G. (1998). *Origin of Quantum-Mechanical Complementarity probed by a "Which-Way" Experiment in an Atom Interferometer. Nature* 395, 33-37.

Einstein, A.; Podolsky, B. and Rosen, N. (1935). *Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? Phys. Rev.* 47, 777-780.

Einstein, Albert (1945). *Grundzüge der Relativitätstheorie.* Deutschland: Vieweg-Braunschweig.

Elitzur, A. and Vaidman, L. (1993). *Quantum Mechanical Interaction free Measurements. Foundations of Physics*, 23, pp. 987-997.

Evdokinov, N. V.; Klyshko, D. N.; Komolov, V. P. and Yarochkin, V. A. (1996). *Bell´s Inequalities and EPR-Bohm Correlations: Working Classical Radiofrecuency Model. Physics–Uspekhi* 39, 83-98.

Feynman, R.; Leigthon, J. y Sands, W. (1994). *Física. Mecánica Cuántica. Vol. III.* EUA: Addison-Wesley Iberoamericana.

Feynman, R. (1996). *Feynman Lectures on Computing.* New York: Addison Wesley.

Fussy, S.; Grössing, G.; Schwabl, H. and Scrinzi, A. (1993). *Nonlocal Computation in Quantum Cellular Automata. Phys. Rev. A* 48, 3 470-3 477.

Fussy, S. and Grössing, G. (1994). *Fractal Evolution of Normalized Feedback Systems on a Lattice. Phys. Lett. A* 186, 145-151.

Fussy, S.; Grössing, G. and Schwabl, H. (1996). *Fractal Evolution in Deterministic and Random Models. Int. J. Bifurcation and Chaos* 6, 1 977-1 995.

Garrido Cotham, Rodolfo (2003). *Fronteras del Conocimiento en la Ciencia y la Tecnología.* Vol. I. México: Edición propia del autor.

Ghirardi, G. C. *et al.* (1988). *Experiments of the EPR type involving CP-Violation do not allow faster-than-light communication between distant observers. Europhys. Lett.* 6, 95-100.

Glassner, A. (2001). *Quantum Computing. Part 1.* Andrew Glassner´s Notebook.

Greenberg, D. M. (1983). *The Neutron Interferometer as a Device for Illustrating the Strange behavior of Quantum Systems. Rev. Mod. Phys.* 55, 875-905.

Greenberg, D. M. (1988). *A New Non-Local Effect in Quantum Mechanics. Physica B* 151, 374-377.

Greenberg, D. M.; Horne, M. and Zeilinger, A. (1989). *Bell´s Theorem without Inequalities.* In *Bell´s Theorem, Quantum Theory and Conception of the Universe.* Edited by M. Kafatos (Kluwer, Dordrecht).

Grössing, G. (1986). *Quantum Cybernetics and Its Test en Late-Choice Experiments. Phys. Lett.* A 118, 381-386.

Grössing. G. (1987). *Real Quantum Cybernetics. Phys. Lett.* A 121, 259-266.

Grössing, G. (1988a). *How does a Quantum System Perceive its Environment?* In *Microphysical Reality and Quantum Formalism*. Edited by A. Van Der Merwe, G. Tarozzi and F. Selleri (Kluwer, Dordrecht), pp. 225-238.

Grössing, G. (1988b). *Gravity as a pure Quantum Phenomenon.* In *Problems in Quantum Physics*. Edited by L. Kostro, A. Posiewnik, J. Pykacz and M. Zukowski (World Scientific Publishing Singapore), pp. 551-574.

Grössing, G. (1993a). *Atomism at the End of the 20th Century. Diogenes* 163, 71-88.

Grössing, G. (1993b). Das Unbewusste in der Physik. Vienna: Turia + Kant.

Grössing, G. (1995). *An Experiment to Decide between the Causal and the Copenhagen Interpretations of Quantum Mechanics. Ann. N. Y. Acad. Sci.* 775, 438-444.

Grössing, G. (1996). *Quantum Cybernetics: Systemic Modeling instead of Magical Mystifications of Quantum Theory. Cybernetics and Systems* 27, 513-525.

Grössing, G. (1997). *Die Information des Subjekts.* Vienna: Turia + Kant.

Grössing, Gerhard (2000a). *Quantum Cybernetics: Toward a unification of Relativity and Quantum Theory via Circularly Causal Modeling.* New York: Springer-Verlag.

Grössing, G. (2000b). *Nonlocality and the Time-Ordering of Events.* In *Cybernetics and Systems 2000. Proceedings of the Fifteenth European Meeting on Cybernetics and Systems Research.* Edited by R. Trappl. Vienna: ASCS, pp. 185-188.

Grover, L. K. (1996). *A Fast Quantum Mechanical Algorithm for Estimating the Median* (lanl e-print quant-ph/9607024).

Grover, L. K. (1999). *Quantum Computing. The Sciences. Rev.*

Guerra, F. and Morato, L. M. (1983). *Quantization of Dynamical Systems and Stochastic Control Theory. Phys. Rev. D* 27, 1 774-1 786.

Guerret, Ph. and Vigier, J. P. (1982). *De Broglie´s Wave Particle duality in the Stochastic Interpretation of Quantum Mechanics: A Testable Physical Assumption. Foud. Phys.* 12, 1 057-1 083.

Hawking, Stephen. (1987). *La Historia del Tiempo.* Harvard: Harvard University Press.

Hawking, Stephen y Mlodinow, Leonard. (2010). *El Gran Diseño.* Argentina: Crítica.

Heisenberg, W.; Scrödinger, E.; Einstein, A.; Jeans, J.: Planck, M.; Pauli, W. y Eddington, A. (1988). *Cuestiones Cuánticas.* España: Kairós, 2ª ed.

Herzog, T. J.; Rarity, J. G.; Weinfurter, H. and Zeilinger, A. (1994). *Frustrated Two-Photon Creation via Interference. Phys. Rev. Lett.* 72, 629-632.

Hestenes, D. (1985). *Quantum Mechanics from Self-Interaction. Found. Phys.* 15, 63-87.

Hey, A. J. (2002). *Feynman and Computation. Exploring the limits of Computers.* New York: Westview Editor.

Holland, P. R. and Vigier, J. P. (1985). *Positive Probabilities and the Principle of Equivalence for Spin-Zero Particles in the Causal Stochastic Interpretation of Quantum Mechanics. Nuovo Cimento B* 88, 20.

Holland, P. R. (1992). *The Dirac Equation in the Broglie-Bohm Theory of Motion. Found. Phys.* 22, 1287.

Holland, P. R. (1993). *The Quantum Theory of Motion*. Cambridge: Cambridge University Press.

Holton, G. (1988). *Thematic Origins of Scientific Thought.* Cambridge: Cambridge University Press.

Ingraham, R. L. (1994). *Quantum Nonlocality in a Delayed-Choice Experiment with Partial Controllable Memory Erasing. Phys. Rev. A* 50, 4 502-4 505.

Jacobson, D. L.; Werner, S. A. and Rauch, H. (1994). *Spectral Modulation and Squeezing at High-Order Neutron Interferences. Phys. Rev. A* 49, 3 196-3 200.

Kauffman, S. A. (1993). *The Origins of Order.* Oxford: Oxford University Press.

Keyes, B. (2005a). *After the Transistor, the Qubit?* USA: IBM Research Division.

Keyes, B. (2005b). *Challenges for Quantum Computing with Solid-State Devices.* USA: IBM Research Division.

Kim, Y. H.; Yu, R.; Kulik, S. P. and Scully, M. O. (2000). *A Delayed Choice Quantum Eraser. Phys. Rev. A* 84, 1-5.

Knigths, M. (2007). *The Art of Quantum Computing.* USA: Addison-Wesley.

Kwiat, P.; H. Weinfurter, H. and A. Zeilinger, A. (1996). *Quantum Seeing in the Dark. Scientific American*, pp. 72-78.

Lent, C. S.; Tougaw, P. D.; Porod, W. and Bernstein, G. H. (1993). *Quantum Cellular Automata. Nanotechnology* 4, 49.

Lent, C. S. and Tougaw, P. D. (1996). *Dynamic Behavior of Quantum Cellular Automata. J. Appl. Phys.* 80, 4 722.

Lent, C. S. and Tougaw, P. D. (1997). *A Device Architecture for Computing with Quantum Dots. Proc. IEEE* 85, 541.

Mackinnon, L. (1988). *Observations and Events. Physica* 151, 355-357.

Maturana, H. and Varela, F. (1980). *Autopoiesis and Cognition.* Dordrecht: Reidel.

Mulmuley, K.; Vazirani, U. and Vazirani, V. (1987). *Matching is as Easy as Matrix Inversion. Combinatorica*, 7, pp. 105-131.

Narayanan, A. (1999). *Quantum Computing for Beginners.* USA: University of Exter.

Nelson, E. (1985). *Quantum Fluctuations.* Princeton: Princeton University Press.

Nielsen, M. and Chuang, I. (s/a). *Quantum Computation and Quantum Information.* Cambridge: Cambridge University Press.

Piaget, J. (1967). *Biologie et Connaissance.* Paris: Gallimard.

Popper, K. R. (1996). *Teoría Cuántica y el Cisma en Física. Post Scriptum a La Lógica de Investigación Científica. Vol. III.* España: Editorial Tecnos.

Popper, K. R. (1996). *Sobre el determinismo en el Universo Abierto: Un argumento en favor del determinismo.* En *Teoría cuántica y el cisma en Física.* España: Editorial Tecnos, 3ª ed.

Primas, H. (1990). *Induced Nonlinear Time Evolution of Open Quantum Objects.* In *Sixty-Two Years of Uncertainty, Historical and Physical Inquiries into The Foundations of Quantum Mechanics.* New York: Edited by A. I. Miller.

Puthoff, H. E. (1989a). *Gravity as a Zero-Point-Fluctuation Force. Phys. Rev. A* 39, 2 333-2 342.

Puthoff, H. E. (1989b). *Source of Vacuum Electromagnetic Zero-Point Energy. Phys. Rev. A* 40, 4 857-4 867.

Rauch, H. (1993). *Phase Space Coupling in Interference and EPR Experiments. Phys. Lett. A* 173, 240-242.

Rindler, W. (1969). *Essential Relativity.* New York: Springer.

Rosenbrock, H. H. (1986). *On Wave/Particle Duality. Phys. Lett. A* 114, 1-2.

Santamato, E. (1984). *Geometric Derivation of the Schödinger Equation from Classical Mechanics in Curve Weyl Spaces. Phys. Rev. D* 29, 216-222.

Schrödinger, E. (1926). *Quantisierung als Eigenwertproblem. I. Ann. Phys.* 79, 361-376.

Scully, M. O. and Drühl, K. (1982). *Quantum eraser: A proposed photon correlation experiment concerning, observation and "Delayed Choice", in Quantum Mechanics*. *Phys. Rev.* A 25, 2 208-2 213.

Selleri, F. (1988). *Quantum Mechanics versus Local Realism: The Einstein, Podolski and Rosen Paradox.* London-New York: Plenum.

Sexl, R. U. und Urbanke, H. K. (1976). *Gravitation und Kosmologie. Eine Einführung in die Allgemeine Relativitätstheorie.* Zürich: B. I. Wissenschaftsverlag.

Sexl, R. U. und Urbantke, H. K. (1976). *Relativität gruppen Teilchen.* Vienna: Springer.

Serway, R. A. y Beichner, R. J. (2002). *Física para Ciencias e Ingeniería. Tomo II.* México: Mc Graw-Hill, 5ª ed.

Shannon, C. E. (1948). *A Mathematical Theory of Communication. Bell. Syst. Tech.* J. 27, 379.

Shor, P. W. (1995). *Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer.* USA: Cornell University Library.

Shor, P. W. (1994). *Algorithms for Quantum Computation: Discrete Logarithms and Factoring. Proceedings, 35th Annual Symposium on Fundamentals of Comp. Science (FOCS),* pp. 124-134.

Simon, D. (1994). *On the Power of Quantum Computation. Proceedings, 35th Annual Symposium on Fundamentals of Comp. Science (FOCS),* pp. 116-123.

Simonyi, K. (1995). *Kulturgeschichte der Physik.* Frankfurt: Harri Deutsch.

Stapp, Henry P. (1993). *Mind, Matter and Quantum Mechanics.* Germany: Springer-Verlag.

Stolze Joachim and Suter, Dieter (2004). *Quantum Computing. A short course from Theory to Experiment.* New York: Wiley-VCH.

Summhammer, J.; Rauch, H. and Tuppinger, D. (1987). *Stochastic and Deterministic Absorption in Neutron-Interference Experiments. Phys. Rev. A* 36, 4 447.

Terán Pérez, David Moisés (2010). *Redes Convergentes: Diseño e Implantación.* México: Alfaomega Grupo Editor.

Tilley, L. y Thumm, J. (1998). *Física.* EUA: Addison-Wesley Iberoamericana.

Tittel, W.; Brendel, J.; Zbinden, H. and Gisin, N. (1999). *Long-Distance Bell-Type Tests using Energy-Time Entangled Photons. Phys. Rev. A* 59, 4 150-4 163.

Ulmer, W. and Hartmann, H. (1978). *On the Application of a Gauss Transformation in Nonlinear Quantum Mechanics. Nuovo Cimento A* 47, 359-376.

Valero, E. (1998). *Física 2. Ondas. Óptica. Electromagnetismo. Física Moderna.* EUA: Addison-Wesley Iberoamericana.

Valiant, L. G. and Vazirani, V. (1986). *NP is as easy as Detecting unique Solutions. Theor. Comp. Sc.* 47, pp. 85-93.

Varela, F. (1979). *Principles of Biological Autonomy.* North Holand-New York: Elsevier.

Von Neumann, J. (1955). *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik.* Berlin: Springer.

Vydya, R. C.; Shivakumar, M. S. and Phaneedra, H. D. (2006). *Quantum Algorithms and Hard Problems.* USA: Addison- Wesley.

Weihs, T.; Jennewein, T.; Simon, C.; Weinfurter, H. and Zeilinger, A. (1998). *Violation of Bell´s Inequality under Strict Einstein Locality Conditions. Phys. Rev. Lett.* 81, 5 039.

Werner, S. A.; Clothier, R.; Kaiser, H.; Rauch, H. and Wölwitsch (1991). *Spectral Filtering in Neutron Interferometry. Phys. Rev. Lett.* 67, 683.

Wheeler, J. A. (1988). World as System Self-Synthesized by Quantum Networking. *IBM J. Res. Develop.* 32, 4-15.

Yao, A. (1993). *Quantum Circuit Complexity. Proceedings 34th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS)*, pp. 352-361.

Yasue, K. (1981). *Quantum Mechanics and Stochastic Control Theory. J. Math. Phys.* 22, 1 010-1 020.

Yasue, K. (1988). *Wave Cybernetics: A Simple Model of Wave Controlled Nonlinear and Nonlocal Cooperative Phenomena*. *Phys. Rev. A* 38, 2 671-2 673.

Zeilinger, A. (1986). *Testing Bell´slnequalities with Periodic Switching. Phys. Lett.* A 118.

Zlatev, I.; Wang, L. and Steinhardt, P. J. (1999). *Quintessence, Cosmic Coincidence and the Cosmological Constant. Phys. Rev. Lett.* 82, 896.

2

FUNDAMENTOS CUÁNTICOS

La verdad os hará libres,..., la mentira, creyentes.

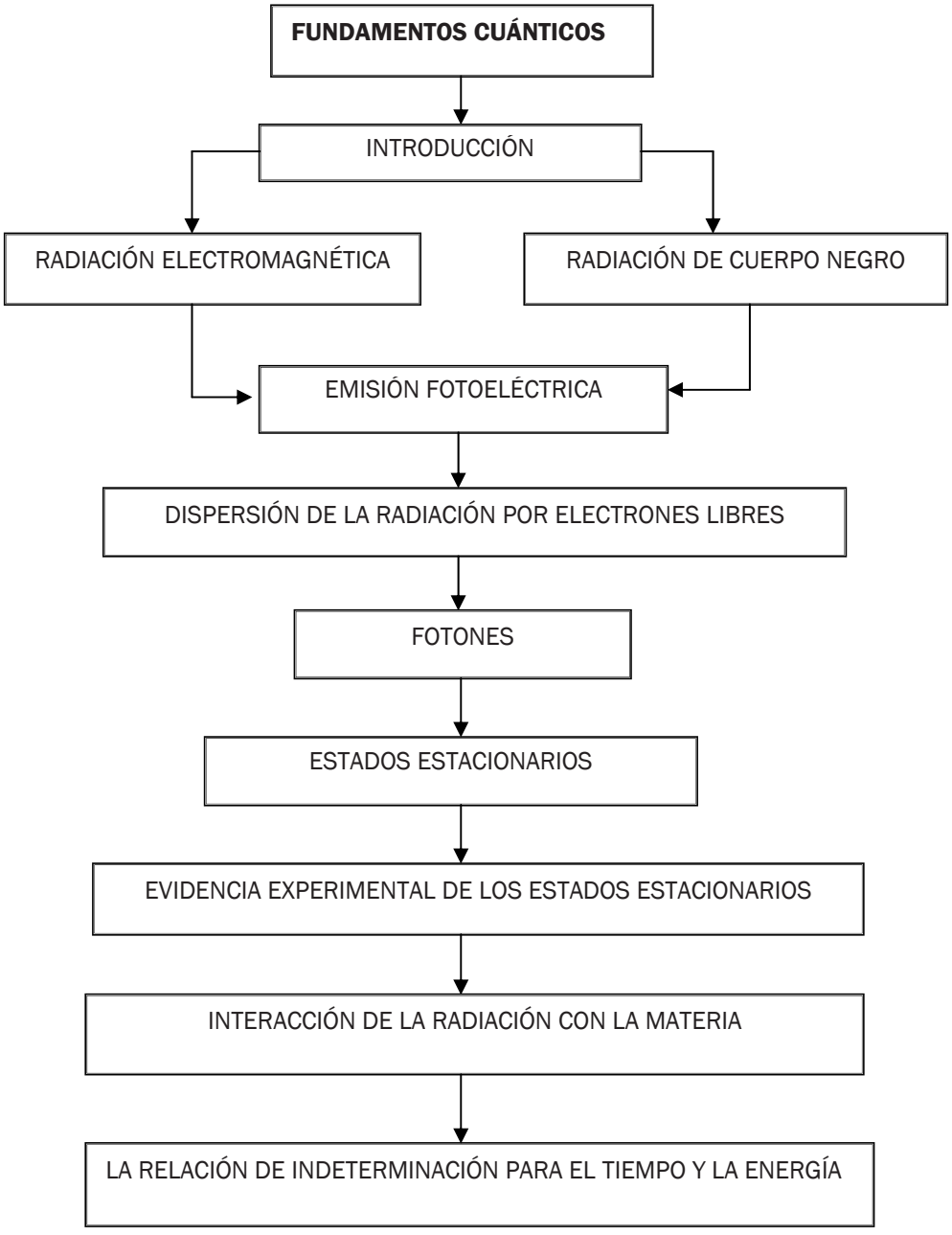
Pepe Rodríguez

CONTENIDO

2. Fundamentos cuánticos

2.1 Introducción
2.2 Radiación electromagnética
2.3 Radiación de cuerpo negro
2.4 Emisión fotoeléctrica
2.5 Dispersión de la radiación por electrones libres
2.6 Fotones
2.7 Estados estacionarios
2.8 Evidencia experimental de los estados estacionarios
2.9 Interacción de la radiación con la materia
2.10 La relación de indeterminación para el tiempo y la energía

La secuencia para cubrir estos temas se da en el siguiente diagrama de flujo:



FUNDAMENTOS CUÁNTICOS

2.1 Introducción

A fines del siglo XIX y durante el primer cuarto del XX, se acumuló cierta evidencia experimental de que la interacción de la radiación electromagnética con la materia no estaba enteramente de acuerdo con las *leyes del electromagnetismo*. Estas leyes, que son el resultado de los trabajos de Ampère, Laplâce, Faraday, Henry, Maxwell y muchos otros, están sintetizadas en las ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético.

Al mismo tiempo, se estaba desarrollando la teoría de la estructura atómica de la materia, principalmente como resultado del descubrimiento del electrón y de la confirmación del modelo nuclear para el átomo. Otra serie de experimentos obligó a los físicos a revisar sus conceptos sobre el movimiento de partículas subatómicas, ya que aparentemente no se movían exactamente de acuerdo con las suposiciones de la mecánica newtoniana. Para explicar las nuevas observaciones, varios físicos incorporaron, más o menos *ad hoc,* una serie de nuevas ideas. Con el correr del tiempo, y gracias a los esfuerzos de muchos hombres brillantes, estas ideas evolucionaron hasta constituir lo que hoy día se conoce como *teoría cuántica;* esta teoría es posiblemente la esencia de la física contemporánea. En este capítulo 2 se analizarán las bases experimentales más importantes de la *Física Cuántica* (Alonso y Finn, 1986).

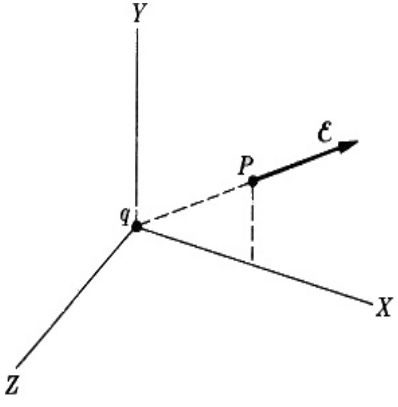


Fig. 2.1 Campo eléctrico de una carga en reposo.

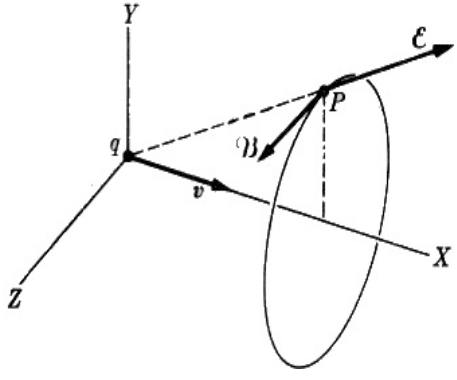


Fig. 2.2 Campo eléctrico y magnético de una carga en movimiento uniforme.

2.2 Radiación electromagnética

La mejor forma de describir la interacción electromagnética entre dos partículas cargadas es en función del concepto de campos eléctrico y magnético producidos por las cargas. Cuando una partícula cargada está en reposo con respecto a un observador inercial, éste mide un campo que se denomina campo eléctrico de la

carga (Fig. 2.1). Sin embargo, si la carga está en movimiento respecto al observador, éste observa un campo diferente, denominado campo electromagnético de la carga (Fig. 2.2). Uno de los componentes del campo se sigue llamando campo eléctrico, mientras que el otro se denomina campo magnético. Estos campos dependen de la velocidad y de la aceleración de la carga respecto al observador. Como la separación del campo producido por una carga en una parte eléctrica y en una magnética depende del movimiento relativo de la carga y el observador, se debe hablar sólo del campo electromagnético de la partícula cargada. Inversamente, cuando una partícula se mueve en el campo electromagnético producido por otras cargas, experimenta una fuerza dada por:

$$F = q\left(\varepsilon + v \times \mathcal{B}\right) \qquad \text{[ec. 2.1]}$$

Donde ε y $\mathcal{B}$ son, respectivamente, los campos eléctrico y magnético medidos por un observador y v la velocidad de la partícula relativa al observador. De este modo, se puede describir en función de campos la interacción electromagnética de partículas cargadas. Se necesita energía para establecer un campo electromagnético. La energía por unidad de volumen de un campo electromagnético en el vacío es:

$$E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon^2 + \frac{1}{2\mu_0}\mathcal{B}^2 \qquad \text{[ec. 2.2]}$$

donde ε_0 y μ_0 son la permitividad y la permeabilidad del vacío, respectivamente.

La energía de un campo electromagnético *estático* (esto es, un campo que no varía en el tiempo) permanece evidentemente constante. Sin embargo, cuando el campo *depende del tiempo,* la energía electromagnética también depende de éste en cada punto. Las variaciones de un campo electromagnético en el tiempo dan lugar a ondas electromagnéticas que se propagan con velocidad:

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\ \mu_0} \approx 3\times 10^8 \left[ms^{-1} \right] \qquad \text{[ec. 2.3]}$$

que es igual a la velocidad de la luz en el vacío. Se puede decir que la onda lleva la energía del campo electromagnético. Esta energía transportada por una onda electromagnética se denomina *radiación electromagnética.*

Como una carga en reposo respecto a un observador produce un campo estático, la carga no irradia energía electromagnética. Se puede demostrar también que una carga en movimiento rectilíneo uniforme no irradia energía electromagnética porque la energía total de su campo electromagnético permanece constante. Cuando una carga está en movimiento acelerado se

presenta una situación totalmente diferente (Alonso y Finn, 1986). La energía total del campo electromagnético de una carga acelerada varía en el tiempo.

Por lo tanto:

una carga acelerada irradia energía electromagnética.

La rapidez con la que una carga q moviéndose con velocidad v y aceleración a irradia energía es cuando la velocidad es pequeña respecto a la de la luz:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{q^2 a^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \qquad \text{[ec. 2.4]}$$

Una conclusión importante, es que para mantener la carga en movimiento acelerado se le debe suministrar energía para compensar la que se transfiere como radiación. Esto significa que cuando se acelera un ion en un Acelerador de Van Der Graaff o en un Ciclotrón, una fracción de la energía suministrada al ion se pierde en forma de radiación electromagnética. Esta pérdida de energía es, sin embargo, despreciable excepto a energías relativistas. Las partículas cargadas atrapadas en el campo magnético terrestre, en las manchas solares o en cuerpos celestes distantes tal como "La Nebulosa del Cangrejo", también emiten radiación llamada *Radiación Sincrotrónica*. Esta radiación se extiende desde las radiofrecuencias hasta el ultravioleta lejano (Jones, 1975).

La Nebulosa del Cangrejo

También conocida como M1, NGC 1952, Taurus A y Taurus X-1) es un resto de una supernova del tipo plerión resultante de la explosión de una supernova en 1054 (SN 1054). La nebulosa fue observada por vez primera en 1731 por John Bevis. Es el resto de una supernova que fue observada y documentada, como una estrella visible a la luz del día, por astrónomos chinos y árabes el 5 de julio del año 1054. La explosión se mantuvo visible durante 22 meses. Con este objeto, Charles Messier comenzó su "Catálogo de Objetos no Cometarios". Situado a una distancia de aproximadamente 6 300 años luz (1.930 pc^2) de la Tierra, en la Constelación de Tauro, la nebulosa tiene un diámetro de 6 años luz (1.84 pc) y su velocidad de expansión es de 1 500 km/s.

El centro de la nebulosa contiene un púlsar, denominado PSR0531+121, que gira sobre sí mismo a 30 revoluciones por segundo, emitiendo también pulsos de radiación que van desde los rayos gamma a las ondas de radio. El descubrimiento de la nebulosa produjo la primera evidencia que concluye que las explosiones de supernova producen pulsares.

La nebulosa sirve como una fuente de radiación útil para estudiar cuerpos celestes que la ocultan. En las décadas de 1950 y 1960, la corona solar fue cartografiada gracias a la observación de las ondas de radio producidas por La Nebulosa del Cangrejo que pasaban a través del Sol. Más recientemente, el espesor de la atmósfera de Titán, satélite de Saturno, fue medido conforme bloqueaba los rayos X producidos por la nebulosa.

La Nebulosa del Cangrejo fue observada por primera vez en 1731 por John Bevis y redescubierta independientemente en 1758 por Charles Messier mientras observaba el paso de un cometa brillante. Messier la catalogó como la primera entrada de su "Catálogo de Objetos Celestes no Cometarios", llamado hoy en día Catálogo Messier. William Parsons, Tercer Conde de Rosse, observó la nebulosa en el Castillo de Birr en la década de 1840, refiriéndose al objeto como la Nebulosa del Cangrejo, dado que un dibujo que realizó de ésta, se asemejaba a un cangrejo.

La radiación sincrotrónica se define como la radiación electromagnética que se genera en el vacío, cuando los electrones de energía muy alta encuentran campos magnéticos.

Si la partícula se frena en vez de acelerarse, vale aún la ec. 2.4, y la energía radiada es el exceso que tiene el campo electromagnético como resultado de la disminución de la velocidad de la carga. Por ejemplo, cuando una carga rápida, tal como un electrón o un protón, incide en un blanco y se detiene, una parte sustancial de su energía se transforma en radiación (véase la Fig. 2.3). Esta radiación se denomina radiación de frenado, o más comúnmente *Bremsstrahlung* (del alemán *Bremsung* [frenado] y *Strahlung* [radiación]). Éste es el principal

mecanismo de producción de radiación en los tubos de rayos X que se usan en las aplicaciones físicas, médicas e industriales.

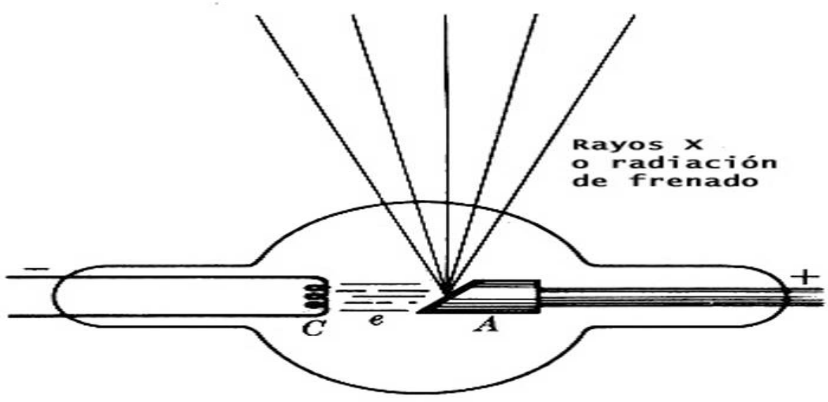


Fig. 2.3 Radiación emitida por una carga que se frena al incidir sobre el blanco en un tubo de rayos X.

La energía radiada por una partícula cargada puede ser absorbida por otras partículas cargadas que están sujetas a la acción del campo electromagnético producido por la primera partícula. Podemos describir entonces la interacción de dos partículas cargadas como el intercambio de energía por medio de la emisión y la absorción de radiación. Por ejemplo, los electrones oscilantes de la antena de una radioemisora irradian energía; los electrones de la antena de un radiorreceptor absorben parte de esta energía dando lugar a una señal en la estación receptora. El análisis de los procesos de emisión y de absorción de la radiación (es decir, de la interacción de la radiación y la materia) es fundamental para comprender el comportamiento de la materia. Como se verá en las secciones siguientes, la Física Cuántica apareció como resultado del análisis de tales procesos.

2.3 Radiación de cuerpo negro

Considérese una cavidad cuyas paredes están a cierta temperatura. Los átomos que componen las paredes están emitiendo radiación electromagnética y al mismo tiempo absorben la radiación emitida por otros átomos de las paredes. El campo de radiación electromagnética ocupa toda la cavidad. Cuando la radiación encerrada dentro de la cavidad alcanza el equilibrio con los átomos de las paredes, la cantidad de energía que emiten los átomos en la unidad de tiempo es igual a la que absorben.

En consecuencia, cuando la radiación dentro de la cavidad está en equilibrio con las paredes, la densidad de energía del campo electromagnético es constante. Los experimentos han mostrado que en el equilibrio, la radiación

electromagnética encerrada tiene una distribución de energía bien definida; es decir: a cada frecuencia corresponde una densidad de energía que depende solamente de la temperatura de las paredes y es independiente de su material. La densidad de energía correspondiente a la radiación con frecuencia entre v y $v+dv$ se escribe $E(v)dv$, donde $E(v)$ es la densidad de energía por intervalo unitario de frecuencias, denominado a veces *densidad de energía monocromática* (Acosta, Cowan y Graham, 2000).

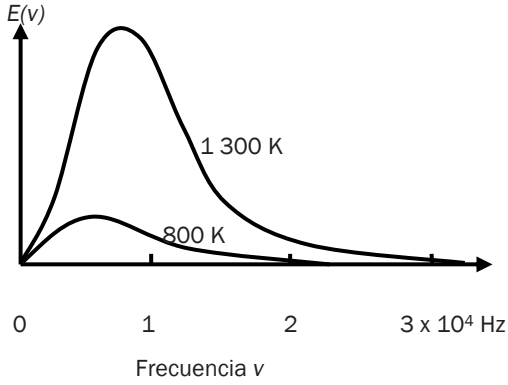


Fig. 2.4 Densidad de energía monocromática de la radiación de cuerpo negro en función de la frecuencia para diversas temperaturas.

En la Fig. 2.4, se ilustra la variación observada de $E(v)$ con la frecuencia v para dos temperaturas. Lummer y Pringsheim fueron los primeros en obtener experimentalmente curvas como éstas en el año de 1899. Se puede ver en las curvas que para cada temperatura la densidad de energía presenta a cierta frecuencia un máximo pronunciado. Obsérvese también que la frecuencia para la cual la densidad de energía es máxima, aumenta al aumentar la temperatura. Esto explica el cambio de color de un cuerpo radiante a medida que su temperatura varía. Si se abre un pequeño agujero en una de las paredes de la cavidad, parte de la radiación escapa y se puede analizar. El agujero se ve muy brillante cuando el cuerpo está a temperatura alta y la intensidad de la radiación de equilibrio dentro de la cavidad es alta, pero se ve completamente negro a temperaturas bajas cuando la intensidad de la radiación de equilibrio es despreciable en la región visible del espectro. Es por esa razón que los que analizaron en el siglo XIX la radiación que sale de la cavidad la llamaron *radiación de cuerpo negro.*

El problema de encontrar qué mecanismo hace que los átomos radiantes produzcan la distribución de energía de la radiación de cuerpo negro, dio lugar a la Física Cuántica. Hacia fines del siglo pasado, todas las tentativas de explicar esta distribución de energía usando los conceptos conocidos entonces, habían fracasado completamente. El físico alemán Max Planck (1858-1947) sugirió alrededor

de 1900 que si la radiación dentro de la cavidad está en equilibrio con los átomos de las paredes, debía haber una correspondencia entre la distribución de energía de la radiación y las energías de los átomos en la cavidad. Planck supuso, como modelo para los átomos radiantes, que los mismos se comportan como osciladores armónicos y que cada uno oscila con una frecuencia dada v. Planck sugirió como segunda hipótesis que:

Cada oscilador puede absorber o emitir energía de radiación en una cantidad proporcional a su frecuencia v

(expresada por las ecuaciones de Maxwell), la cual permite una emisión o una absorción continua de energía. Si E es la energía absorbida o emitida en un solo proceso de interacción de un oscilador con la radiación electromagnética, la hipótesis de Planck establece que:

$$E = hv \qquad \text{[ec. 2.5]}$$

donde h es una constante de proporcionalidad que se supone sea la misma para todos los osciladores. Por lo tanto, cuando un oscilador absorbe o emite radiación electromagnética, su energía aumenta o disminuye en una cantidad hv. La ecuación (2.5) implica que:

la energía de los osciladores atómicos está cuantizada.

Esto significa que la energía de un oscilador de frecuencia v sólo puede tener ciertos valores que son (suponiendo que la energía mínima del oscilador es cero) $0,\ hv,\ 2hv,\ 3hv,\ldots$. De modo que, en general, los posibles valores de la energía de un oscilador de frecuencia v son:

$$E_n = nhv \qquad \text{[ec. 2.6]}$$

Donde n es un entero no negativo. Como se sabe, la energía de un oscilador es proporcional al cuadrado de su amplitud y, *a priori,* se puede hacer que un oscilador de frecuencia dada tenga una energía elegida arbitrariamente ajustando la amplitud de las oscilaciones en forma apropiada. Por consiguiente, la idea de Planck fue una suposición *ad hoc* que no se podía explicar usando conceptos físicos; estaba justificada solamente porque "funcionaba" y porque los físicos de la época no tenían una mejor explicación. Aún hoy, no se tiene una explicación mejor; se debe aceptar la cuantización de algunas magnitudes físicas como un hecho fundamental de la naturaleza.

Aplicando algunas consideraciones de naturaleza estadística juntamente con la ec. 2.5, Planck obtuvo para la densidad de energía en la radiación de cuerpo negro, la expresión:

$$E(v) = \frac{8\pi h v^3}{c^3} \frac{1}{e^{hv/kT} - 1} \qquad \text{[ec. 2.7]}$$

donde k es la constante de Boltzmann.

Esta expresión, que concuerda sorprendentemente bien con los valores experimentales de $e(v)$ a muy diversas temperaturas, ha sido aceptada como la expresión correcta para la radiación de cuerpo negro. Se denomina *Ley de Radiación de Planck*. Un aspecto interesante, es que actualmente la deducción de Planck, no se puede considerar físicamente correcta, razón por la cual se ha omitido. En otras palabras, el problema que precipitó el nacimiento de la *teoría cuántica* fue resuelto originalmente usando un método no satisfactorio.

El problema tuvo que esperar varios años hasta que la *teoría cuántica* se desarrolló según otros lineamientos permitiendo encontrar un método adecuado de cálculo. Sin embargo, las ideas de Planck, particularmente las ecs. 2.5 y 2.6 estimularon nuevas líneas de pensamiento en muchos otros físicos que trabajaban en la interpretación de otros fenómenos relacionados; esto dio lugar a un rápido desarrollo de la *teoría cuántica* (Alonso y Finn, 1986).

En la ec. 2.5 se introdujo una constante arbitraria h, llamada *Constante de Planck.* Su valor, obtenido ajustando los valores experimentales de $e(v)$ con la ec. 2.7, es:

$$h = 6.6256 * 10^{-34} \text{ J/s} \qquad \text{[ec. 2.8]}$$

La Constante de Planck es una de las más importantes de la Física.

2.4 Emisión fotoeléctrica

En 1887, investigando la descarga eléctrica entre dos electrodos usada como fuente de ondas electromagnéticas, Heinrich Hertz observó que la intensidad de la descarga aumentaba cuando se iluminaba los electrodos con luz ultravioleta. Este efecto sugirió que las superficies iluminadas emitían más electrones. Un año más tarde, Wilhelm Hallwachs observó una emisión electrónica cuando iluminaba las superficies de ciertos metales como el zinc, el rubidio, el potasio y el sodio. El proceso por el cual se liberan electrones de un material por la acción de la radiación se denomina *emisión fotoeléctrica* o *efecto fotoeléctrico.* Los electrones emitidos se denominan *fotoelectrones* debido al método de producción. La emisión electrónica aumenta, cuando aumenta la intensidad de la radiación que incide sobre la

superficie del metal, ya que hay más energía disponible para liberar electrones; pero también se observa que depende de forma característica de la frecuencia de la radiación incidente (Grössing, 2000a).

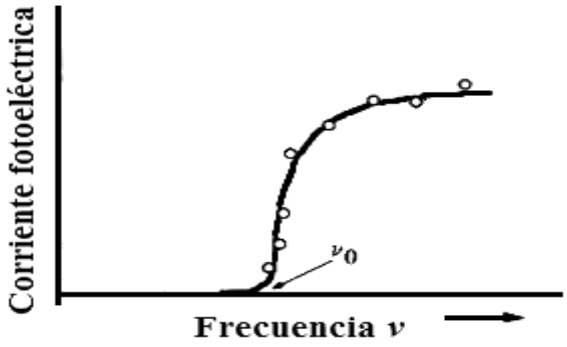


Fig. 2.5 Corriente fotoeléctrica en función de la frecuencia de la radiación incidente.

Esto significa que para cada sustancia hay una frecuencia mínima o umbral de frecuencia ν_0 de la radiación electromagnética por debajo de la cual no se producen fotoelectrones por más intensa que sea la radiación. La Fig. 2.5 muestra la corriente fotoeléctrica en función de la frecuencia de la radiación electromagnética incidente. En los metales hay electrones que se mueven más o menos libremente a través de la red cristalina. Estos electrones no escapan del metal a temperaturas normales porque no tienen energía suficiente para sobrepasar la energía potencial de Coulomb en la superficie del metal. Una manera de aumentar la energía de los electrones es calentar el metal.

Los electrones "evaporados" se denominan entonces *termoelectrones.* Éste es el tipo de emisión electrónica que hay en las válvulas electrónicas. Sin embargo, como muestran los experimentos de Hertz y de Hallwachs, otra manera de liberar electrones de un metal es posibilitar que los mismos absorban energía de la radiación electromagnética. Llámese ϕ a la energía necesaria para que un electrón escape de un metal dado. Luego, si el electrón absorbe una energía E, la diferencia $E-\phi$ aparecerá como energía cinética E_k del electrón que escapa. Puede escribirse entonces:

$$E_k = E - \phi \qquad \text{[ec. 2.9]}$$

Es evidente que si E es menor que ϕ no habrá emisión electrónica.

En 1905, Albert Einstein propuso una explicación para la forma en que la emisión fotoeléctrica depende de la frecuencia de la radiación. Einstein sugirió que los electrones libres, en su interacción con la radiación electromagnética, se comportan en la forma propuesta por Planck para los osciladores atómicos en

relación con la radiación de cuerpo negro. Luego, según la ec. 2.5, la energía E que en un solo proceso un electrón absorbe de una radiación electromagnética de frecuencia v es $E = hv$. Por lo tanto podemos escribir la ec. 2.9 en la forma:

$$E_k = hv - \phi \qquad \text{[ec. 2.10]}$$

No todos los electrones necesitan la misma energía ϕ para escapar del metal. Se llama *energía de arranque* del metal al valor mínimo ϕ_0 de la energía. Luego, la máxima energía cinética de los electrones que escapan es:

$$E_{k\,máx} = hv - \phi_0 \qquad \text{[ec. 2.11]}$$

Según esta ecuación, se ve que para una frecuencia v_0 tal que:

$$hv_0 - \phi_0 = 0 \quad \text{o} \quad v_0 = \phi_0 / h$$

la energía cinética máxima de los electrones es cero. Por lo tanto, v_0 es la frecuencia mínima, o el umbral de frecuencia para el cual comienza la emisión fotoeléctrica. Para frecuencias menores que v_0, de modo que $hv < \phi_0$, no hay emisión, porque los electrones no pueden absorber en un solo proceso energía suficiente para escapar del metal, independientemente de la intensidad de la radiación. Se ve entonces que la propuesta de Einstein explica elegantemente la dependencia de la frecuencia de la radiación observada en el efecto fotoeléctrico.

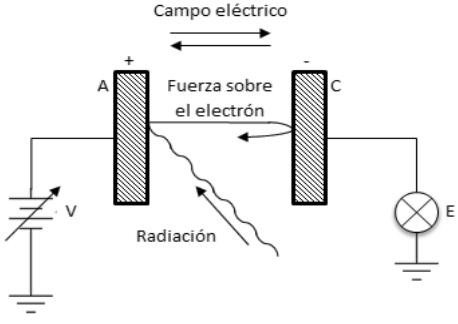


Fig. 2.6 Arreglo experimental para efecto fotoeléctrico

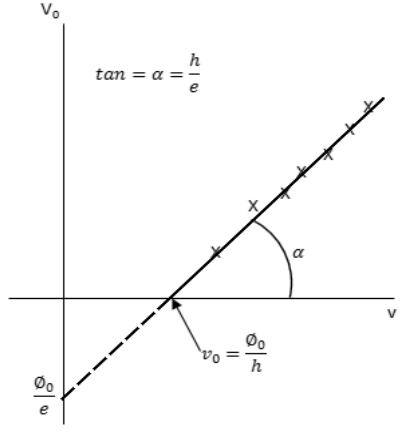


Fig. 2.7 Relación entre el observar el potencial de detención y la frecuencia de radiación en el efecto fotoeléctrico.

Se puede medir la energía cinética máxima $E_{kj\ \text{máx}}$ usando el método indicado en la Fig. 2.6. Aplicando una diferencia de potencial V entre las placas A y C, se retarda el movimiento de los fotoelectrones. Para un voltaje V_0 determinado, la corriente indicada por el electrómetro E cae súbitamente a cero, lo cual significa que ni aun los electrones más rápidos llegan a la placa C. Luego, $E_{kt\ \text{máx}}\ e = V_0$ y la ec. 2.11 se convierte en:

$$eV_0 = hv - \phi_0 \qquad \text{[ec. 2.12]}$$

Variando la frecuencia v se puede obtener una serie de valores del potencial de detención V_0. Si la ec. 2.12 es correcta, el gráfico de los valores de V_0 en función de v debe ser una línea recta. Esto es exactamente lo que se obtiene, como se muestra en la Fig. 2.7. La pendiente de la recta es $\tan(\alpha) = h/e$. Midiendo α y usando el valor conocido de e se puede recalcular la constante h de Planck. El resultado es igual al hallado para la radiación de cuerpo negro. Se puede considerar este acuerdo como una justificación más de la hipótesis de Planck expresada por la ec. 2.12.

Del valor observado de v_0 también se puede obtener la energía de arranque del metal, $\phi_0 = hv_0$ y compararla con los valores obtenidos por otros medios. Los resultados son compatibles.

2.5 Dispersión de la radiación por electrones libres

Hasta ahora, sólo se ha considerado la *energía* asociada con la radiación electromagnética. Sin embargo, una onda electromagnética también lleva *momentum* además de energía.

Impulso o momentum

En la Mecánica Clásica, el impulso o momentum (pl. momentos; en el Sistema Internacional de Unidades se mide en [SI] unidad [kg m/s], o, equivalentemente [N·s]); y es el producto de la masa y la velocidad de un objeto ($p = mv$). El momento (o momentum) es un vector de cantidad, que posee una dirección y una magnitud. El momentum conserva la cantidad del momento lineal, lo que significa que si un sistema cerrado no se ve afectado por fuerzas externas, su cantidad de movimiento total no puede cambiar. El impulso se refiere a veces como cantidad de movimiento, para distinguirlo de los temas relacionados con el momento angular. Aunque en un principio se expresa en la Segunda Ley de Newton, la conservación del momento también es cierto en la relatividad especial y, con definiciones

más adecuadas al impulso de conservación generalizado (ley que tiene efecto en la electrodinámica, la mecánica cuántica, la teoría cuántica de campos y la relatividad general). En la mecánica relativista y no-relativista el impulso se multiplica por el factor de Lorentz.

En la mecánica cuántica, el impulso se define como un "creador" en la función de onda. El Principio de Incertidumbre o Indeterminación de Heisenberg define los límites de la precisión con el impulso y la posición de un sistema observable y sólo puede ser conocido a la vez una de ellas (su velocidad o su posición). En la mecánica cuántica, la posición y el momento son variables conjugadas. Para una sola partícula se describe en la base de la posición del operador de momento y se puede escribir como:

$$\mathbf{P} = \frac{\hbar}{i}\nabla = -i\hbar\nabla$$

donde: ∇ es el gradiente del operador, $\hbar$ es la constante reducida de Planck, e i es una unidad imaginaria. Ésta es una forma comúnmente encontrada del operador de momento, y es representado por la siguiente expresión matemática:

$$\mathbf{P}\psi\left(p\right) = \mathbf{P}\psi\left(p\right)$$

donde: el operador $\mathbf{P}$ actúa sobre una función de onda $\psi(p)$, y se obtiene la función de onda multiplicada por el valor de p, de manera análoga a la forma en que la posición del operador actúa sobre una función de onda $\psi(x)$, y se obtiene la función de onda multiplicada por el valor de x.

Esto no es sorprendente, ya que la energía y el momentum están estrechamente relacionados. Teniendo en cuenta que la radiación electromagnética se propaga con velocidad c, se puede demostrar, usando las ecuaciones de Maxwell, que la relación entre energía y momentum para una onda electromagnética plana es:

$$E = cp \qquad \text{[ec. 2.13]}$$

Pero según la teoría de la relatividad (véase la ec. 2.14), la energía de una partícula de masa en reposo m_0 y *momentum* p es:

$$E = c\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2} \qquad \text{[ec. 2.14]}$$

Esta expresión coincide con la ec. 2.13 cuando $m_0 = 0.$ Se puede entonces concluir que la relación entre energía y momentum es la misma, para una onda electromagnética plana, y para una partícula de masa en reposo nula. Cuando se emite, absorbe o dispersa una onda electromagnética, se intercambia energía y momentum con las partículas que dan lugar al proceso. En consecuencia, cuando se analiza cualquier proceso en que la radiación electromagnética interactúa con partículas cargadas, deben aplicarse las leyes de conservación de la energía y del momentum, cuidando de tener en cuenta la ec. 2.13 para la parte correspondiente a la onda electromagnética.

Este resultado origina ciertos problemas cuando se considera la interacción de una onda electromagnética con una partícula cargada libre, tal como un electrón libre. Por ejemplo, si un electrón absorbe una energía E de una onda electromagnética, también debe absorber un *momentum* $p = E / c.$ Ahora bien, si se supone que el electrón libre estaba originalmente en reposo en el sistema de referencia del observador, la energía absorbida se transforma en energía cinética del electrón.

Pero la energía cinética de un electrón está relacionada con su momentum p_e mediante la expresión:

$$E_k = c\sqrt{m_e^2 c^2 + p_e^2} - m_e c^2$$

esta relación es incompatible con $p_e^2 = \dfrac{E}{c}$ y $E_k = E$ como exigen los principios de conservación de la energía y del *momentum*. Se podría concluir entonces, que un electrón libre no puede interactuar con una onda electromagnética sin violar los principios de conservación de la energía y del *momentum*. El lector puede preguntarse entonces por qué, al estudiar el efecto fotoeléctrico en la sección de la radiación de cuerpo negro, no se mencionó este problema, la razón es que, en el caso de un electrón ligado a un átomo, a una molécula o a un sólido, la energía y el *momentum* absorbidos, están compartidos por el electrón y el átomo, la molécula o la red del sólido a la cual el electrón está acoplado. En esas circunstancias siempre es posible separar la energía y el *momentum* en la proporción correcta para que ambas cantidades se conserven.

Sin embargo, el átomo, la molécula o el sólido (que tienen masa mucho mayor que la del electrón) se llevan junto con algo de momentum sólo una pequeña parte de la energía disponible, tan pequeña que generalmente no se le considera.

En el caso de un electrón libre, como no hay otra partícula con la cual pueda compartir la energía y el momentum, no sería posible la absorción o dispersión sin violar la conservación de una de las dos cantidades.

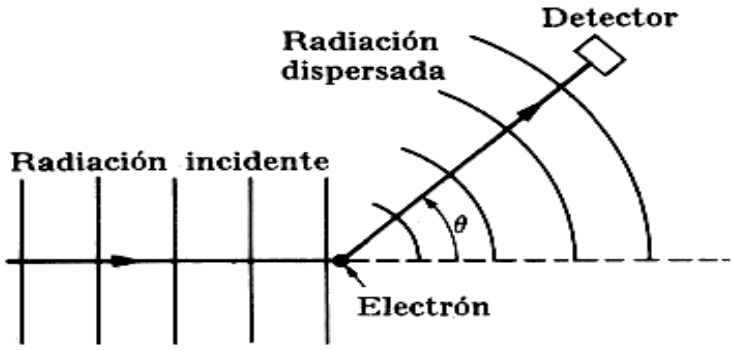


Fig. 2.8 Geometría de la Dispersión Compton.

Los experimentos dicen, sin embargo, otra cosa. Cuando se analiza la radiación electromagnética que ha pasado por una región en la que hay electrones libres, se puede observar que, además de la radiación incidente, hay otra de frecuencia diferente. Esta nueva radiación se interpreta como la dispersada por los electrones libres. La frecuencia de la radiación dispersada es menor que la de la incidente, y en consecuencia, la longitud de onda de la radiación dispersada es mayor que la de la radiación incidente. La longitud de onda de la radiación dispersada depende de la dirección de dispersión. Este fenómeno interesante se denomina *Efecto Compton,* en homenaje al físico estadounidense A. H. Compton, quien fue el primero en observarlo y analizarlo en los primeros años de la década de 1920 del siglo pasado.

Sea λ la longitud de onda de la radiación incidente y λ' la de la dispersada; Compton encontró que $\lambda' - \lambda$ está determinada solamente por la dirección de dispersión. Es decir, si θ es el ángulo entre la dirección de las ondas incidentes y la dirección en que se observan las ondas dispersadas, la longitud de onda λ' de la radiación dispersada queda determinada por la relación experimental:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c \left(1 - \cos\theta\right) \qquad \text{[ec. 2.15]}$$

donde λ_c es una constante cuyo valor es:

$$\lambda_c = 2.4262 \times 10^{-12} \ \left[\text{m}\right]$$

Se denomina *Longitud de Onda Compton para Electrones.* Recordando que $\lambda = c / v,$ donde v es la frecuencia de la onda, puede escribirse la ec. 2.15 en la forma:

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{v} = \frac{\lambda_c}{c}(1 - \cos\theta) \qquad \text{[ec. 2.16]}$$

Ahora bien, la dispersión de una onda electromagnética por un electrón se puede imaginar como un "choque" entre la onda y el electrón, puesto que implica un intercambio de energía y de *momentum*. Además, como la onda se propaga con velocidad c y la relación $E = cp$ entre energía y *momentum* es similar a la correspondiente a una partícula de masa en reposo nula, esta dispersión se debe parecer a un choque en el que una de las partículas tiene masa en reposo nula y se mueve con velocidad $c.$

Esta colisión se puede analizar en forma muy simple. Llámese E y E' a la energía de la partícula de masa en reposo nula antes y después del choque y $p = E / c$ y $p' = E' / c$ a los valores correspondientes del *momentum*. Si p_e es el *momentum* del electrón después del choque, los principios de conservación de la energía y del *momentum* dan:

$$p = p' + p_e \qquad \text{[ec. 2.17]}$$

$$E + m_e c^2 = E' + c\sqrt{m_e^2 c^2 + p_e^2} \qquad \text{[ec. 2.18]}$$

De la ec. 2.17 se obtiene $p_e = p - p'.$ Elevando al cuadrado se tiene:

$$p_e^2 = \frac{\left(E + m_e c^2 - E'\right)}{c^2} - m_e^2 c^2 = \frac{1}{c^2}\left[E^2 + E'^2 + 2\left(E - E'\right)m_e c^2 - 2EE'\right]$$

Igualando las dos expresiones de p_e^2 y cancelando algunos términos comunes, se obtiene:

$$E - E' = \frac{EE'}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)$$

Dividiendo ambos miembros por EE' resulta:

$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{m_e c^2}(1 - \cos\theta) \qquad \text{[ec. 2.19]}$$

La similitud entre las ecs. 2.16 y 2.19 es sorprendente; va más allá de una mera similitud algebraica. Ambas ecuaciones se aplican a un proceso de choque en su sentido más general. Además, como se mencionó anteriormente, la relación energía-*momentum* $E = cp$ para una onda electromagnética; es similar a la correspondiente a una partícula de masa en reposo nula, a la cual se aplica la ec. 2.19.

La conclusión evidente es ligar la frecuencia v y la energía E escribiendo:

$$E = hv \qquad \text{[ec. 2.20]}$$

y una expresión similar para E', es decir, $E' = hv'$. En estas expresiones, h es una constante universal que describe la proporcionalidad entre la frecuencia de una onda electromagnética y la energía asociada con ella, en el proceso de "choque". La ec. 2.19 se escribe entonces:

$$\frac{1}{hv'} - \frac{1}{hv} = \frac{1}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)$$

O sea:

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{v} = \frac{1}{m_e c^2}(1 - \cos\theta) \qquad \text{[ec. 2.21]}$$

que es formalmente idéntica a la ec. 2.16. Para obtener la equivalente de la ec. 2.15, se multiplica la ec. 2.21 por c y se usa: $\lambda = c / v$. El resultado es:

$$\lambda' = \lambda = \left(\frac{h}{m_e c}\right)(1 - \cos\theta) \qquad \text{[ec. 2.22]}$$

Por lo tanto, la *Longitud de Onda Compton* λ_C del electrón está relacionada con la masa del mismo por:

$$\lambda_c = h/m_e c \qquad \text{[ec. 2.23]}$$

De los valores conocidos de λ_c, m_e y c, se puede calcular el valor de la constante h, obteniendo el mismo valor encontrado antes para la constante de Planck en la radiación de cuerpo negro y en el efecto fotoeléctrico. Por lo tanto, la ec. 2.20 es esencialmente idéntica a la ec. 2.5. Se llega entonces a la conclusión de que es posible "explicar" la dispersión de la radiación electromagnética por un electrón libre si se identifica el proceso como una colisión entre un electrón libre y

una partícula de masa en reposo nula que tiene una energía $E = hv$ antes de la colisión y una energía $E' = hv'$ después de la colisión.

2.6 Fotones

La explicación del Efecto Compton requiere un análisis cuidadoso debido a las consecuencias de largo alcance que puede tener. Recapitúlense primeramente las suposiciones:

- La dispersión de la radiación electromagnética por un electrón libre se puede considerar como un choque entre el electrón y una partícula de masa en reposo nula.
- La radiación electromagnética hace las veces de una partícula de masa en reposo nula, que para abreviar se llamará *fotón.*
- La energía y el *momentum* de la partícula de masa en reposo nula (o fotón) están relacionados con la frecuencia, y la longitud de onda de la radiación electromagnética por:

$$E = hv, \quad p = h/\lambda \qquad \text{[ec. 2.24]}$$

La segunda relación se debe al hecho de que $p = E/c$ y $v/c = 1/\lambda$. Se puede imaginar el Efecto Compton como la colisión ilustrada en la Fig. 2.9. En ella un fotón de frecuencia v choca contra un electrón en reposo, transfiriéndole cierta energía y cierto *momentum*. Como resultado de la interacción, la energía del fotón dispersado es menor, teniendo correspondientemente una frecuencia menor v'. Después de la dispersión, el electrón tiene un *momentum* igual a la diferencia entre el *momentum* del fotón incidente y el del dispersado. Puede verificarse experimentalmente este hecho. Es un experimento difícil, pero ha sido llevado a cabo, y los resultados concuerdan muy bien con la teoría.

¿Cuál es el significado físico del concepto de fotón y de las relaciones expresadas en la ec. 2.24 que lo definen? No es una conclusión necesaria el que la radiación electromagnética sea un chorro de fotones, lo cual sería una explicación pictórica posible. Puede, sin embargo, interpretarse la energía del fotón incidente $E = hv$ y su *momentum* $p = h/\lambda$ como la energía y el *momentum* absorbidos por el electrón libre de la onda electromagnética incidente. La energía $E' = hv'$ y el *momentum* $p' = h/\lambda'$ del fotón dispersado son entonces la energía y el *momentum* que el electrón vuelve a emitir como radiación dispersada. En otras palabras, se puede considerar que el Efecto Compton ocurre en dos etapas: primero el electrón absorbe un fotón de energía hv y luego emite un fotón de energía hv'. El electrón adquiere una energía cinética $E_k = E - E'$ y un *momentum* $p_e = p - p'$ que están relacionados por:

$$E_k = c\sqrt{m_e^2 c^2 + p_e^2} - m_e c^2$$

como exige la conservación de la energía y del *momentum*.

Sobre la base de esta interpretación del Efecto Compton, junto con el estudio anterior de la radiación de cuerpo negro y del efecto fotoeléctrico, se puede concluir que el fotón es el "cuanto" de energía y *momentum* electromagnéticos que una partícula cargada emite o absorbe en un solo proceso. Está determinado completamente por la frecuencia de la radiación. Por consiguiente, es posible establecer el siguiente principio:

Cuando una onda electromagnética interactúa con una partícula cargada, las cantidades de energía y de momentum que se intercambian en el proceso son las correspondientes a un fotón.

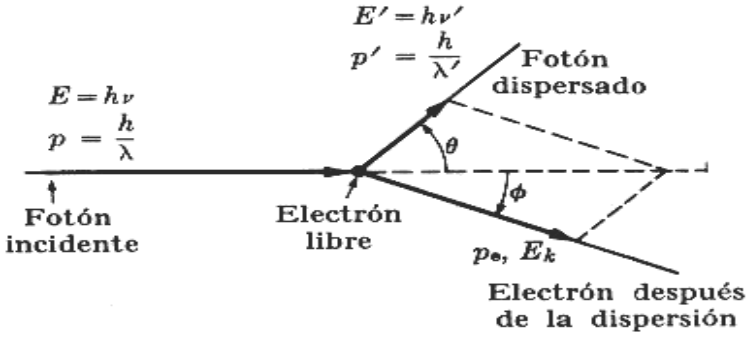


Fig. 2.9 Relación de energía y de *momentum* en la dispersión Compton.

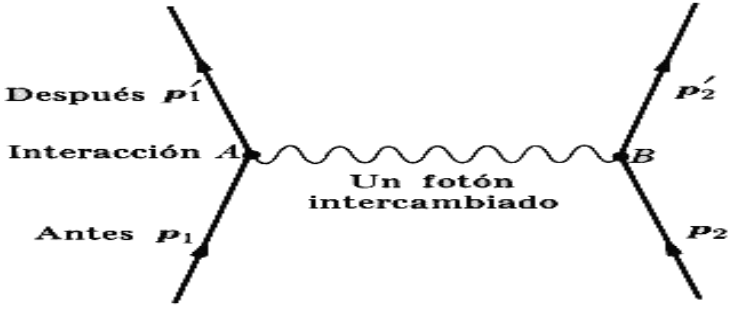


Fig. 2.10 La interacción electromagnética considerada como un intercambio de fotones. Los fotones transfieren energía y *momentum* de una carga a otra.

Este principio es una de las leyes fundamentales de la Física. Se aplica a todos los procesos radiactivos que involucran partículas cargadas y campos

electromagnéticos. No se deduce de ninguna de las leyes que se han establecido o estudiado previamente, sino que es un principio completamente nuevo a considerar en pie de igualdad con otras leyes universales como la de la conservación de la energía y del *momentum*. El descubrimiento de esta ley en el primer cuarto de este siglo fue un hito en el desarrollo de la Física (Alonso y Finn, 1986).

El concepto de fotón sugiere una representación gráfica de la interacción electromagnética entre dos partículas cargadas, como se muestra en la Fig. 2.10. La interacción corresponde a un intercambio de *momentum* y de energía; los *momentum* iniciales p_1 y p_2 de las partículas se convierten en p_1' y p_2' después de la interacción. Aunque la interacción no está localizada en un instante particular, se le ha indicado por simplicidad a un tiempo particular y en las posiciones A y B.

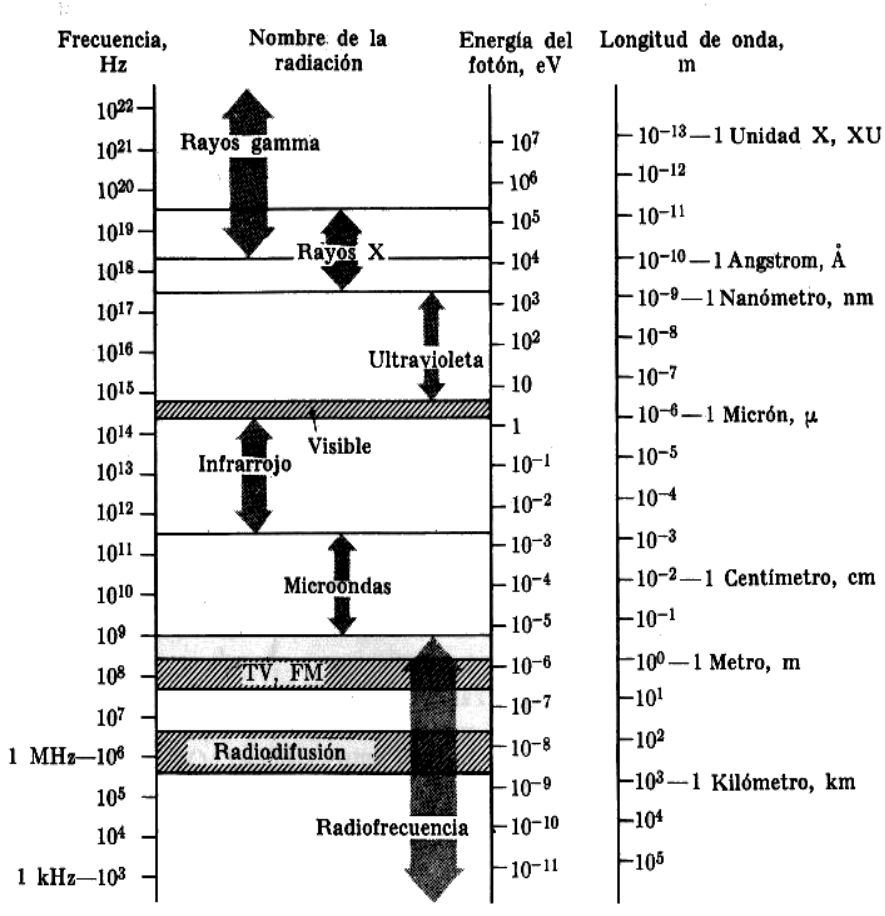


Fig. 2.11 El espectro electromagnético.

La partícula 1 interactúa con la partícula 2 por medio de su campo electromagnético con el resultado de que la partícula 2 toma del campo cierta energía y cierto *momentum*, equivalente a un fotón, con el correspondiente cambio en su movimiento. El movimiento de la partícula 1 debe entonces ajustarse para corresponder al nuevo campo, que es el campo original menos un fotón. Por supuesto que el proceso inverso también es posible, y la partícula 1 puede absorber un fotón del campo de la partícula 2. Puede decirse entonces que lo que ha ocurrido es que ha habido un intercambio de fotones entre las partículas 1 y 2; en otras palabras:

```
Se puede imaginar las interacciones electromagnéticas como el
resultado de un intercambio de fotones entre las partículas
cargadas interactuantes.
```

En cualquier instante el *momentum* total de un sistema de dos partículas cargadas es $p_1 + p_2 + p_{\text{campo}}$, donde p_{campo} es el *momentum* asociado con el campo electromagnético de las partículas cargadas, siendo $E_1 + E_2 + E_{\text{campo}}$ la energía total.

La Fig. 2.11 muestra las diversas regiones del espectro electromagnético, con el nombre que comúnmente se da a cada región. También se da la longitud de onda, la frecuencia y la energía de los fotones asociados con ellas.

2.7 Estados estacionarios

Cuando una onda electromagnética interactúa con un sistema de cargas tal como un átomo, una molécula o un núcleo, los campos eléctrico y magnético de la onda perturban el movimiento de las cargas. En el lenguaje de la Física Clásica, podría decirse que la onda imprime una oscilación forzada sobre el movimiento natural de las cargas. Un oscilador clásico responde más fácilmente cuando la frecuencia de las oscilaciones forzadas es igual a su frecuencia natural, situación que se denomina *resonancia.* Cuando hay resonancia, es máxima la rapidez con que el oscilador absorbe energía.

Se ha encontrado experimentalmente que los átomos, las moléculas, los núcleos (en general cualquier grupo de partículas cargadas) tiene una serie de frecuencias de resonancia $v_1, v_2, v_3, \ldots$ para las cuales es apreciable la absorción de radiación electromagnética. Para toda otra frecuencia la absorción es despreciable.

Las frecuencias de resonancia $v_1, v_2, v_3, \ldots$ constituyen el *espectro de absorción* de la sustancia. Supongamos que inicialmente el sistema está en el estado más estable o de energía mínima, llamado *estado fundamental.* Cuando el sistema absorbe radiación electromagnética, pasa a otro estado de energía más

alta llamado *estado excitado.* En el caso de un dipolo eléctrico oscilante clásico, un estado excitado correspondería a una amplitud mayor de oscilación.

Evidentemente, un sistema de cargas en un estado excitado puede liberar su exceso de energía en forma de radiación electromagnética. Las frecuencias que se observan en la radiación emitida constituyen el *espectro de emisión* del sistema de cargas. Los experimentos han mostrado que:

Las frecuencias observadas en el espectro de absorción de un sistema de cargas se observan también en el espectro de emisión del sistema.

Por ejemplo, los átomos de sodio presentan absorción preferencial de luz de frecuencia igual a 5.09 x 10^{14} [Hz], o sea longitud de onda igual a 5.89 x 10~^{7} [m]. Éstos son precisamente los valores de la frecuencia y de la longitud de onda de la luz amarilla emitida por el vapor de sodio incandescente. La existencia de un espectro compuesto de frecuencias bien definidas fue un problema que intrigó a los físicos al final del siglo pasado y principios del actual. Para resolver este problema, el físico danés Niels Bohr (1885-1962) propuso, en 1913, una idea revolucionaria. Bohr usó el concepto de fotón analizado en la sección precedente y extendió la hipótesis de Planck expresada por la ec. 2.5.

Supóngase que un átomo que se encuentra en un estado de energía E absorbe radiación de frecuencia v pasando así a otro estado de energía E' mayor. El cambio en la energía del átomo es $E' - E.$ Por otra parte, la energía absorbida de la radiación en un solo proceso debe ser la de un fotón $hv.$ La conservación de la energía exige que ambas cantidades sean iguales. En consecuencia:

$$E' - E = hv' \qquad \text{[ec. 2.25]}$$

que se denomina Fórmula de Bohr. Análogamente, si el átomo pasa de un estado de energía *E'* a otro estado de energía *E* menor, la frecuencia de la radiación emitida debe estar dada por la ec. 2.25.

El hecho de que se observan solamente ciertas frecuencias $v_1, v_2, v_3, \ldots$ en la emisión y en la absorción, se puede explicar si se supone que la energía del átomo sólo puede tener ciertos valores $E_1, E_2, E_3, \ldots.$ Cada valor permitido de energía se denomina *nivel de energía.* Luego, las únicas frecuencias posibles que aparecen en la emisión o en la absorción de la radiación son las correspondientes a transiciones entre dos niveles de energía permitidos, es decir:

$$v = (E_i - E_j) / h$$

La hipótesis de Bohr puede entonces enunciarse como sigue:

La energía de un sistema de cargas (un átomo, molécula o núcleo) sólo puede tener ciertos valores E_1, E_2, E_3,…, esto es: la energía está cuantizada. Los estados correspondientes a estas energías se denominan estados estacionarios y los valores y los valores posibles de la energía se denominan niveles de energía.

La absorción de radiación electromagnética, o de cualquier otra energía, da lugar a una transición del átomo (o molécula o núcleo) de un estado estacionario a otro de mayor energía; la emisión de radiación electromagnética da lugar al proceso inverso. La frecuencia de la radiación involucrada en el proceso está dada por la ec. 2.25. La Fig. 2.12 muestra esquemáticamente algunas transiciones. Un proceso en el que un átomo en su estado fundamental, designado por A, absorbe un fotón y pasa a un estado excitado, designado por A^*, se representa por:

$$A + hv \rightarrow A^*$$

El proceso inverso, emisión de un fotón, se puede expresar por:

$$A^* \rightarrow A + hv$$

La idea de sistemas de cargas que tienen sólo un conjunto discreto de estados estacionarios es por completo extraña a la mecánica newtoniana. De acuerdo con las leyes de la mecánica newtoniana, el movimiento de una partícula está determinado por las condiciones iniciales de la partícula, que se consideran arbitrarias. De este modo, una partícula puede tener cualquier energía, determinada por las condiciones iniciales (posición y velocidad) arbitrariamente elegidas.

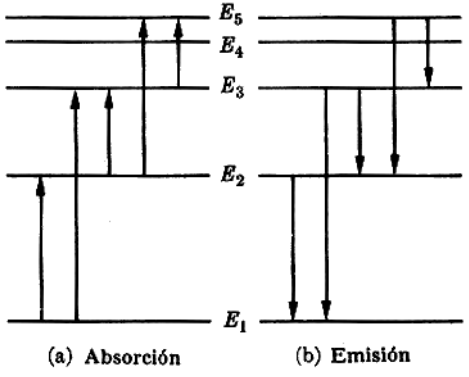


Fig. 2.12 Transiciones entre estados estacionarios. El espaciamiento de los niveles de energía y las transiciones posibles dependen de la naturaleza del sistema.

Esto se aplica, por ejemplo, cuando se coloca un satélite artificial en una órbita estable. Un astronauta puede cambiar arbitrariamente la órbita, y por lo tanto, la energía de su nave espacial cambiando simplemente la velocidad en un instante determinado. Del mismo modo, la mecánica newtoniana permite que el electrón de un átomo de hidrógeno tenga cualquier energía, dependiendo esto de las condiciones cinemáticas existentes cuando el protón captura el electrón para formar el átomo, y el electrón podría cambiar su órbita absorbiendo una cantidad arbitraria de energía. Sin embargo, la naturaleza parece trabajar en forma diferente: *sólo ciertos movimientos están permitidos, o son posibles.* En otras palabras: s*e debe aceptar la existencia de estados estacionarios como un hecho fundamental de la naturaleza*.

La aceptación de esta idea de estados estacionarios presenta otra dificultad dentro del marco de la Física Clásica. Cuando un electrón gira alrededor del núcleo de un átomo, su movimiento tiene aceleración tangencial y centrípeta; por lo que es un movimiento acelerado. Podría pensarse entonces, que el electrón estaría radiando energía constantemente. En consecuencia, la energía del electrón estaría decreciendo continuamente y su órbita se estaría encogiendo.

Esto imposibilitaría la existencia de estados estacionarios. Sin embargo, no se ha observado ni esta contracción de la materia ni la radiación continua de energía con ella asociada. Por lo tanto, como no se siguen las predicciones de la electrodinámica clásica, puede entonces concluirse que un electrón (o una partícula cargada) que se mueve en un estado estacionario está gobernado por principios adicionales que aún no se han considerado.

La hipótesis de Bohr sobre los estados estacionarios fue una hipótesis *ad hoc,* sin justificación teórica sólida. Sin embargo, su éxito estimuló a otros físicos a realizar experimentos para poner a prueba la idea. Rápidamente se acumuló una gran cantidad de información que dio lugar al descubrimiento de nuevas e insospechadas propiedades atómicas. Es ésta una situación que se ha presentado varias veces en la física contemporánea. Un físico de gran intuición y osadía propone un concepto nuevo y atrevido; la idea provoca nuevas especulaciones y experimentos y pronto se abren horizontes nuevos e insospechados.

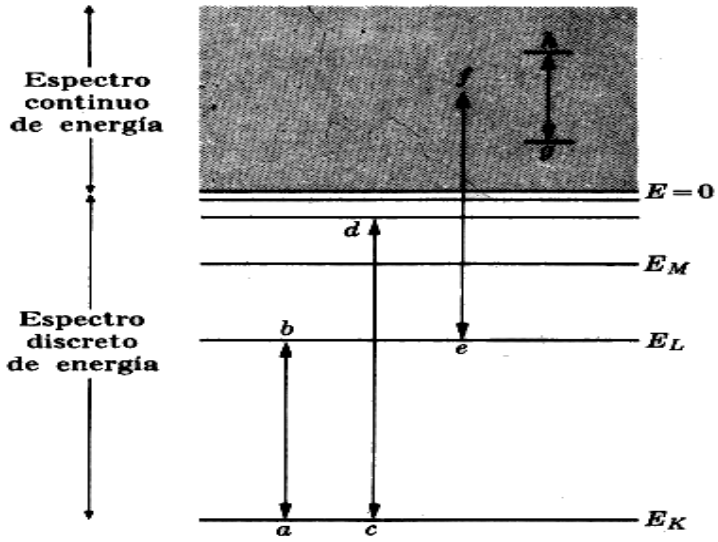


Fig. 2.13 Origen del espectro discreto y continuo de energía debido a estados estacionarios discretos.

Los estados estacionarios no constituyen necesariamente un espectro discreto de energía. En muchos casos están permitidos todos los valores de energía en un cierto intervalo (o banda) resultando un espectro continuo. Considérese por ejemplo, el caso de un electrón y un protón, y tómese el cero de la energía cuando ambos están en reposo a una distancia muy grande uno de otro. Todos los estados estacionarios de energía negativa, que corresponden a estados ligados en los que el electrón se mueve alrededor del protón formando un átomo de hidrógeno, están cuantizados, y la energía de estos estados sólo puede tener ciertos valores $E_K, E_L, E_M, \ldots$ (Fig. 2.13).

Por el contrario, los estados de energía positiva no están cuantizados y su energía puede tener cualquier valor. Estos estados no son ligados y corresponden a la situación en que el electrón se lanza sobre el protón desde una gran distancia y con cierta energía cinética inicial; al pasar cerca del protón, el electrón se desvía de la dirección original de su movimiento y se aleja hacia el infinito sin formar un sistema ligado. En este caso, la energía del sistema está determinada por la energía cinética inicial del electrón, que se puede elegir en forma arbitraria. Puede haber transiciones entre dos estados del espectro discreto de energía, tales como la ab y la cd (Fig. 2.13), o entre un estado del espectro discreto y uno del espectro continuo, tal como ef, o entre dos estados del espectro continuo, como gh.

2.8 Evidencia experimental de los estados estacionarios

Hasta aquí, se ha introducido la idea de estados estacionarios como un concepto conveniente para explicar el espectro discreto de los sistemas atómicos. Sin embargo, la existencia de transiciones entre estados estacionarios está profusamente corroborada por muchos experimentos. El más característico es el de *colisiones inelásticas*, en las que parte de la energía cinética del proyectil se transfiere al blanco como energía interna. Éstas se denominan colisiones inelásticas de *primera especie.* Las colisiones inelásticas de *segunda especie* corresponden al proceso inverso.

Choque inelástico

Un choque inelástico es un tipo de choque en el que la energía cinética no se conserva. Como consecuencia, los cuerpos que colisionan pueden sufrir deformaciones y aumento de su temperatura. En el caso ideal de un choque perfectamente inelástico entre objetos macroscópicos, éstos permanecen unidos entre sí tras la colisión. El marco de referencia del centro de masas permite presentar una definición más precisa. La principal característica de este tipo de choque es que existe una disipación de energía, ya que tanto el trabajo realizado durante la deformación de los cuerpos como el aumento de su energía interna se obtiene a costa de la energía cinética de los mismos antes del choque. En cualquier caso, aunque no se conserve la energía cinética, sí se conserva el momento lineal total del sistema. De un choque se dice que es "perfectamente inelástico" (o "totalmente inelástico") cuando disipa toda la energía cinética disponible, es decir, cuando el coeficiente de restitución ε vale cero. En tal caso, los cuerpos permanecen unidos tras el choque, moviéndose solidariamente (con la misma velocidad). La energía cinética disponible corresponde a la que poseen los cuerpos respecto al sistema de referencia de su centro de masas. Antes de la colisión, la mayor parte de esta energía corresponde al objeto de menor masa. Tras la colisión, los objetos permanecen en reposo respecto al centro de masas del sistema de partículas. La disminución de energía se corresponde con un aumento en otra(s) forma(s) de energía, de tal forma que el primer principio de la termodinámica se cumple en todo caso. En una dimensión, si se llama $v_{1,i}$ y $v_{2,i}$ a las velocidades iniciales de las

partículas de masas m_1 y m_2, respectivamente, entonces por la conservación del momento lineal se tiene: $m_1 v_{1,i} + m_2 v_{2,i} = (m_1 + m_2) v_f$

y por tanto la velocidad final v_f del conjunto es:

$$v_f = \frac{m_1 v_{1,i} + m_2 v_{2,i}}{m_1 + m_2}$$

Para el caso general de una colisión perfectamente inelástica en dos o tres dimensiones, la fórmula anterior sigue siendo válida para cada una de las componentes del vector velocidad.

Supóngase que una partícula rápida q choca contra otro sistema A (que puede ser un átomo, una molécula o un núcleo) que se encuentra en su estado fundamental de energía E_1. Como resultado de la interacción proyectil-sistema (que puede ser electromagnética o nuclear), hay un intercambio de energía. Sea E_2 la energía del primer estado excitado del sistema. La colisión será elástica (es decir, que se conservará la energía cinética) a no ser que el proyectil tenga energía cinética suficiente para transferir al blanco la energía de excitación $E_2 - E_1$. Cuando esto ocurre la colisión es inelástica y puede representarse por:

$$A + q_{\text{rápida}} \rightarrow A^* + q_{\text{lenta}}$$

Cuando la masa del proyectil *q* es muy pequeña respecto a la del blanco A, como ocurre en el caso de un electrón que choca contra un átomo, la condición para que haya colisión inelástica es:

$$E_k \geq E_2 - E_1 \qquad \text{[ec. 2.26]}$$

donde: $E_k = 1/2\, mv^2$ es la energía cinética del proyectil antes de la colisión. La energía cinética del proyectil después de la colisión es entonces:

$$E_k' = E_k - (E_2 - E_1)$$

ya que la energía que el proyectil pierde en la colisión es $E_2 - E_1$.

Para dar un ejemplo concreto, supóngase que un electrón de energía cinética E_k se mueve a través de una sustancia, por ejemplo, vapor de mercurio. Si E_k es menor que la primera energía de excitación del mercurio, $E_2 - E_1$, todas las colisiones son elásticas, y el electrón se mueve a través del vapor perdiendo

energía muy lentamente, ya que la máxima energía cinética perdida en cada colisión es aproximadamente:

$$\Delta E_k \approx 4\left(\frac{m_e}{V}\right)E_k \approx 5*10^{-6}E_k$$

Por el contrario, si E_k es mayor que $E_2 - E_1$ la colisión puede ser inelástica y el electrón puede perder la energía $E_2 - E_1$ en un solo choque. Si la energía cinética inicial del electrón no es mucho mayor que $E_2 - E_1$ la energía del electrón después de la colisión inelástica es insuficiente para excitar otros átomos; las siguientes colisiones del electrón serán elásticas. Pero si la energía cinética del electrón es inicialmente muy grande, el electrón puede experimentar otras colisiones inelásticas más, perdiendo una energía $E_2 - E_1$ en cada una, y produciendo más átomos excitados antes de reducir su velocidad por debajo del umbral para colisiones inelásticas.

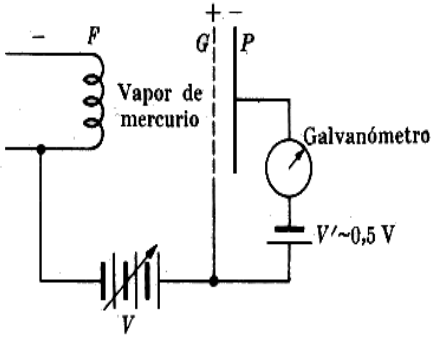


Fig. 2.14 Arreglo experimental de Franck y Hertz para analizar colisiones inelásticas de segunda especie.

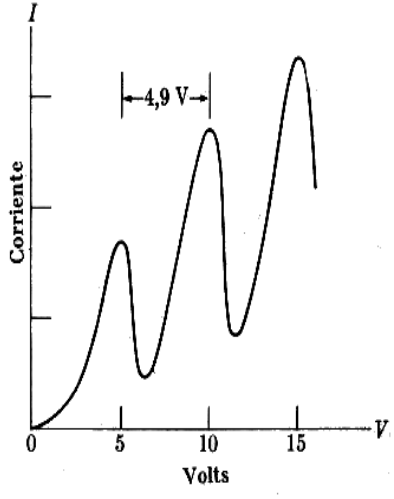


Fig. 2.15 La corriente electrónica en función del potencial acelerador en el experimento de Franck-Hertz.

Este proceso fue observado por primera vez en 1914 por Franck y Hertz. En la Fig. 2.14 se indica esquemáticamente su arreglo experimental. Un filamento caliente F emite electrones que son acelerados hacia la rejilla G por medio de un potencial variable V. El espacio entre F y G está lleno de vapor de mercurio. Entre la rejilla G y la placa colectora P se aplica un pequeño potencial retardador

V', de 0.5 [volts] aproximadamente, de modo que los electrones, que quedan con muy poca energía cinética después de una o más colisiones inelásticas, no pueden alcanzar la placa y el galvanómetro no los registra. A medida que se aumenta V, la corriente de placa l fluctúa como se muestra en la Fig. 2.15, apareciendo los picos a intervalos de alrededor de los 4.9 [volts]. El primer valle corresponde a los electrones que pierden toda su energía cinética después de una colisión inelástica con un átomo de mercurio que queda entonces en un estado excitado.

El segundo valle corresponde a los electrones que sufrieron dos colisiones inelásticas con dos átomos de mercurio, perdiendo toda su energía cinética, y así sucesivamente. Los átomos excitados de mercurio vuelven a su estado fundamental por emisión de un fotón, conforme a $\mathrm{Hg}* \rightarrow \mathrm{Hg} + h\nu,$ donde $h\nu = E, - E_1.$ Se sabe por evidencia espectroscópica, que el vapor de mercurio excitado emite una radiación de longitud de onda de 2.536 x 10^{-7} [m] (o 2.536 [Å]) (de acuerdo con el SI, 1 Å = 1×10^{-7} [m] y que corresponde a un fotón de energía $h\nu$ igual a 4.86 [eV]. Durante el pasaje del haz de electrones a través del vapor de mercurio se observa una radiación de esta longitud de onda viniendo del vapor. En consecuencia, este experimento simple es una de las pruebas más directas de la existencia de estados estacionarios.

Otro experimento similar es la *excitación coulombiana* de núcleos. Por ejemplo, cuando un protón pasa cerca de un núcleo, la interacción eléctrica entre ambos puede dar lugar a una colisión inelástica, resultando la excitación del núcleo a uno de los estados excitados más bajos. El núcleo vuelve a su estado fundamental emitiendo fotones de rayos gamma que tienen energías del orden de varios [keV]. Es por esa razón que la excitación coulombiana es uno de los métodos experimentales más importantes para detectar y analizar los estados estacionarios bajos de los núcleos.

Excitón

Es una *cuasi* partícula (o excitación elemental) de los sólidos formada por un electrón y un hueco, ligados a través de la interacción coulombiana. Se da únicamente en semiconductores y aislantes. Una forma de entender la formación del *excitón* es la siguiente: un fotón alcanza un semiconductor, excitando un electrón desde la banda de valencia a la banda de conducción. El hueco que deja tras de sí el electrón en la banda de valencia, al tener carga opuesta, interacciona con él, atrayéndolo a través de la Fuerza de Coulomb, de forma que quedan ligados el uno al otro. El sistema que resulta de dicho vínculo es justamente el *excitón*, y posee una energía ligeramente menor que la de un electrón y un hueco libres.

Dado que este sistema es similar al que forman en los átomos hidrogenoides, el electrón y el núcleo, su función de onda también será hidrogenoide. Sin embargo, la energía de ligadura es mucho menor, y su tamaño mucho mayor que los del átomo de hidrógeno, debido a los efectos de apantallamiento (que se traduce en una permitividad dieléctrica mayor que la del vacío) y a la masa efectiva del electrón y el hueco, que son característicos del material. En un átomo de hidrógeno el núcleo y el electrón pueden tener el espín paralelo o antiparalelo, y lo mismo le sucede al *excitón*.

2.9 Interacción de la radiación con la materia

La interacción de la radiación con la materia es uno de los procesos fundamentales responsables de muchos fenómenos que ocurren en el universo. Por ejemplo, la Tierra está sujeta a un flujo continuo de radiación electromagnética proveniente del Sol, que hace posible la vida a través del proceso de *fotosíntesis* (ésa es la formación de nuevos compuestos, principalmente carbohidratos, por síntesis del dióxido de carbono y el agua como resultado de la absorción de fotones, un compuesto llamado clorofila juega un papel importante en la reacción). El proceso se puede escribir en la forma:

$$6CO_2 + 6H_2O + nhv \rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2$$

El número n de fotones no es fijo; la energía de los mismos corresponde principalmente a la región visible del espectro. El proceso es mucho más complicado que lo que la ecuación anterior pueda sugerir y aún se está realizando investigación activa sobre el mismo. La fotosíntesis es importante no sólo porque produce carbohidratos, que son la fuente última de alimento (y por lo tanto de energía) para la mayoría de los organismos vivientes, sino también porque controla la cantidad de oxígeno que hay en la atmósfera liberando oxígeno que, por otra parte, se consume rápidamente en los muchos procesos de oxidación que ocurren en la Tierra. La fotosíntesis es sólo un ejemplo de muchas reacciones iniciadas por la absorción de radiación. El estudio de esas reacciones se denomina *fotoquímica.* Cada reacción fotoquímica requiere la intervención de fotones de una cierta energía. Otro ejemplo de procesos debidos a la absorción de radiación es la disociación de una molécula por absorción de un fotón, esto es:

$$AB + hv \rightarrow A + B$$

Una reacción de este tipo, de gran importancia geofísica y biológica, es la disociación del oxígeno en la atmósfera por absorción de radiación ultravioleta de

longitud de onda en el intervalo de 1 600 [Å] a 2 400 [Å] (o sea fotones con una energía de entre 7.8 [eV] y 5.2 [eV]). Puede expresarse este proceso mediante la ecuación:

$$O_2 + hv \rightarrow O + O$$

El oxígeno atómico producido se combina con el oxígeno molecular para formar el ozono, O_3, que a su vez se disocia fotoquímicamente por absorción de radiación ultravioleta de longitud de onda de entre 2 400 [Å] y 3 600 [Å] (o sea fotones de energía entre 5.2 [eV] y 3.4 [eV]). La reacción es:

$$O_3 + hv \rightarrow O + O_2$$

Estas dos reacciones absorben radiación ultravioleta tan fuertemente que suprimen prácticamente toda la radiación ultravioleta que viene del Sol antes de que alcance la superficie terrestre. Si esta radiación ultravioleta pudiese llegar a la superficie terrestre, destruiría muchos organismos por reacciones fotoquímicas con componentes de las células y las enzimas. El proceso fotográfico es otro ejemplo de una reacción fotoquímica. Bajo la acción de la radiación, las moléculas de bromuro de plata se descomponen, formando los átomos de plata, lo que se llama una imagen latente en una película sensibilizada. Más tarde, en el proceso de revelado, la película se trata de modo tal que se forme una imagen permanente. Cuando el fotón tiene energía suficiente, su absorción por parte de un átomo o una molécula puede dar lugar a la emisión de un electrón. Lo que queda es un átomo o molécula ionizado. Puede escribirse este proceso en la forma:

$$A + hv \rightarrow A^+ + e^-$$

Este proceso, llamado *fotoionización,* es el equivalente del efecto fotoeléctrico en los metales; es por esta razón que también se le llama *efecto fotoeléctrico atómico.* Como resultado de la fotoionización, cuando un haz de radiación ultravioleta, X o γ pasa a través de la materia, produce ionización a lo largo de su camino. Llámese l a la energía necesaria para extraer un electrón de un átomo o de una molécula; la misma se denomina *energía de ionización.* La energía cinética del electrón está dada entonces por:

$$E_k = hv - 1 \qquad \text{[ec. 2.27]}$$

que es una ecuación análoga a la ec. 2.10. (En esta ecuación se ha despreciado la energía de retroceso del ion). La ec. 2.27 muestra que para que se produzca fotoionización, la energía del fotón debe ser igual o mayor que l. El valor de l depende del estado estacionario inicialmente ocupado por los electrones desalo-

jados. Por ejemplo, si se quiere desalojar un electrón del estado fundamental de un átomo de hidrógeno, la energía mínima del fotón debe ser 13.6 [eV]. Pero si el electrón está en el primer estado excitado se necesitan sólo 3.4 [eV]. Para los átomos de helio la energía de ionización necesaria para sacar un electrón del estado fundamental es 24.6 [eV]. En la región de la alta atmósfera llamada *ionosfera,* la gran concentración de iones y de electrones libres (alrededor de 10^{11} por [m^3]) se debe principalmente al efecto fotoeléctrico sobre átomos y moléculas producido por las radiaciones ultravioleta y X provenientes del Sol. Algunas de las reacciones que ocurren más frecuentemente son:

$$NO + h\nu \rightarrow NO^+ + e^- \qquad (5.3\ \text{eV}) \qquad \text{[ec. 2.28]}$$

$$N_2 + h\nu \rightarrow N_2^+ + e^- \qquad (7.4\ \text{eV}) \qquad \text{[ec. 2.29]}$$

$$O_2 + h\nu \rightarrow O_2^+ + e^- \qquad (5.1\ \text{eV}) \qquad \text{[ec. 2.30]}$$

Existe una situación especial que no se puede explicar con la Mecánica Clásica. Para que un paquete de ondas esté localizado en el espacio, es necesario superponer varios campos de longitudes de onda λ diferentes (o de números de onda k diferentes). Si el paquete de ondas ocupa una región $\Delta x,$ los valores del número de onda de las ondas que interfieren para componer el paquete de ondas y que tienen una amplitud apreciable caen dentro de un intervalo Δk tal que, conforme a la teoría del Análisis de Fourier:

$$\Delta x \Delta k \sim 2\pi \qquad \text{[ec. 2.31]}$$

Pero, según las ecs. 2.29 ó 2.30, longitudes de onda λ o números de onda k diferentes, significan que hay varios valores de p tales que $\Delta p = \hbar \Delta k.$ Por lo tanto, teniendo en cuenta que $h = 2\pi\hbar,$ la expresión anterior se transforma en:

$$\Delta x \Delta p \sim h \qquad \text{[ec. 2.32]}$$

El significado físico de la relación 2.32 es el siguiente: si una partícula está dentro de la región $x - \frac{1}{2}\Delta xyx + \frac{1}{2}\Delta x$ (o sea que Δx es la indeterminación a la posición de la partícula), su campo asociado está representado por ondas superpuestas de *momentum* entre $p - \frac{1}{2}\Delta pyp + \frac{1}{2}\Delta p,$ donde Δp está vinculado con Δx por la relación 2.32. Se dice que Δp es la indeterminación en el *momentum* de la partícula. La relación 2.32 implica que cuanto mayor es Δx menor es Δp inversamente. En otras palabras: la información acerca de la localización de partícula en el espacio se logra a expensas del conocimiento acerca de su *momentum*:

Cuanto más preciso es el conocimiento de la posición de una partícula, más imprecisa es nuestra información sobre su momentum, y viceversa.

Ésta es la razón por la cual una partícula de *momentum* bien determinado ($\Delta p = 0$) se representa con una onda de amplitud constante que se extiende a todo el espacio ($\Delta x \sim \infty$); de modo que el conocimiento de la posición es nulo. No es posible determinar con exactitud la posición y el *momentum* de una partícula simultáneamente de modo que $\Delta x = 0$ y $\Delta p = 0$ al mismo tiempo. Tal conocimiento viola la relación 2.32. La relación 2.32 da la relación óptima entre las indeterminaciones Δx y Δp en la posición x y el *momentum* p de la partícula. En la mayoría de los casos, sin embargo, x y p se conocen con menor precisión, de modo que debe escribirse en vez de la relación 2.32, la expresión más general:

$$\Delta x \Delta p \geq h \qquad \text{[ec. 2.33]}$$

El resultado expresado por la relación 2.32 se denomina *Principio de Indeterminación de Heisenberg,* y se puede expresar en palabras como sigue:

Es imposible conocer simultáneamente y con exactitud la posición y el momentum de una partícula.

Este principio expresa uno de los hechos fundamentales de la naturaleza y en cierta medida se puede considerar más fundamental que las relaciones expresadas en las ecs. 2.28, 2.29 y 2.30, aunque aquí se haya procedido en forma inversa. Para mejor comprender el Principio de Indeterminación de Heisenberg, considérense algunas situaciones físicas posibles. Decir que una partícula está en el punto x y tiene *momentum* p significa que debe medirse *simultáneamente* la coordenada x y el *momentum* p, ya que sin esa medida no se tiene información. Pero si se analiza el proceso de medida, se nota que a escala atómica, no es posible medir ni la posición ni el *momentum* sin perturbar apreciablemente el movimiento de la partícula. Para ilustrar esto, considérense algunos experimentos simples. Supóngase por ejemplo que se quiere determinar la coordenada x de una partícula observando si la misma pasa o no por un agujero (de ancho b) en una pantalla (Fig. 2.16).

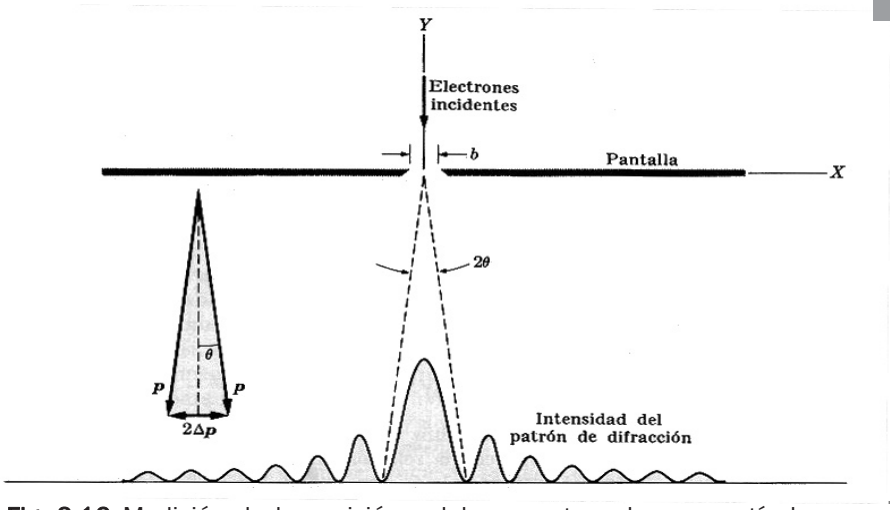


Fig. 2.16 Medición de la posición y del momentum de una partícula que pasa a través de una rendija.

La precisión con que conocemos la posición de la partícula está limitada por el tamaño del agujero, es decir que $\Delta x \sim b.$ Pero el agujero perturba el campo asociado con la partícula dando lugar a un cambio en el movimiento de la partícula, como se deduce del diagrama de difracción que se produce. La indeterminación en el *momentum* de la partícula paralelo al eje X está determinada por el ángulo θ correspondiente al máximo central del diagrama de difracción, ya que la partícula, después de atravesar la rendija, se está moviendo con mayor probabilidad dentro del ángulo 2θ. De acuerdo con la teoría de la difracción producida por una rendija rectangular, el ángulo θ está dado por $\text{sen}(\theta) = \lambda / b.$

Luego:

$$\Delta p \sim \text{sen}(\theta) = \left(\frac{h}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{b}\right) = h / b$$

es la indeterminación en el momentum paralelo al eje X. Por consiguiente, $\Delta x \, \Delta p \sim h,$ que está de acuerdo con la relación 2.32. Nótese que para mejorar la posibilidad de determinar la posición exacta de la partícula se debe usar una rendija muy estrecha. Pero una rendija muy estrecha produce un máximo central muy ancho en el diagrama de difracción, lo cual significa una indeterminación grande en el conocimiento de la componente X del *momentum* de la partícula.

Inversamente, para reducir la indeterminación en el conocimiento de la componente X del *momentum*, el máximo central del diagrama de difracción debe ser muy estrecho. Esto exige una rendija muy ancha, lo que da lugar a una indeterminación grande en la coordenada X de la partícula.

Otro experimento que indica la imposibilidad de observar una partícula sin perturbarla, es el caso en que tratamos de determinar la posición de un electrón por medio de un microscopio (Fig. 2.17).

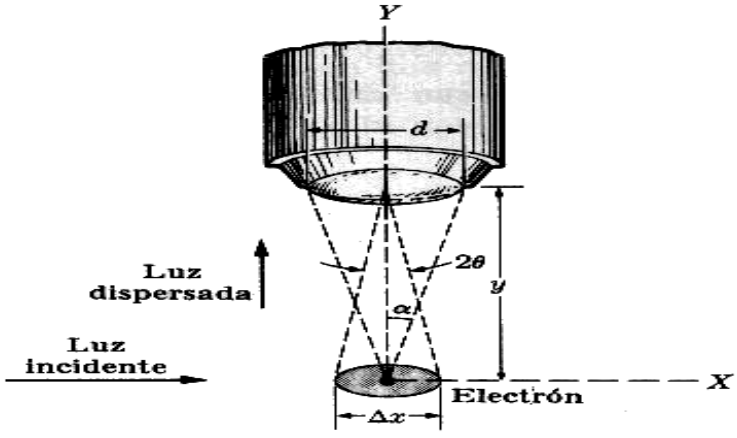


Fig. 2.17 Medición de la posición y del *momentum* de una partícula por medio de un microscopio.

Para observar el electrón debemos iluminarlo con luz de cierta longitud de onda λ. La luz que pasa por el microscopio es la que ha sido dispersada por el electrón en observación. El *momentum* de los fotones dispersados es $P_{\text{fotón}} = h/\lambda$ y para penetrar en el objetivo los fotones se deben mover dentro de un ángulo α de modo que la componente X de sus *momentum* tiene una indeterminación:

$$\Delta p \sim p_{\text{fotón}} \operatorname{sen}\alpha \sim \frac{hd}{2\lambda}$$

ya que $\operatorname{sen}(\alpha) \sim d/2y.$ Ésta es también la indeterminación en la componente X del *momentum* del electrón después de la dispersión de la luz, puesto que en el proceso de dispersión hay un intercambio de *momentum* entre el electrón y el fotón. Por otra parte, la posición exacta del electrón es incierta a causa de la difracción de la luz cuando pasa por el objetivo del microscopio. La indeterminación en la posición del electrón es entonces igual al diámetro del disco central del diagrama de difracción. Este diámetro está dado por $2y \operatorname{sen}(\theta),$ con $\operatorname{sen}(\theta) \sim \lambda/d.$ En consecuencia:

$$\Delta x \sim 2y \operatorname{sen}(\theta) \sim \frac{2y\lambda}{d}$$

Por consiguiente, nuevamente es $\Delta x\, \Delta p \sim h.$ Obsérvese que para mejorar la precisión del conocimiento de la posición del electrón, se debe usar radiación de longitud de onda muy pequeña, pero que produce una gran perturbación del *momentum*. Inversamente, para producir una pequeña perturbación del *momentum* debe usarse una radiación de longitud de onda muy grande, lo que a su vez da lugar a una gran indeterminación en la posición.

Estos dos ejemplos muestran claramente que el principio de indeterminación es una consecuencia directa del proceso de medida. A nivel atómico, la medición introduce inevitablemente una perturbación significativa del sistema, debido a la interacción entre el dispositivo de medición y la cantidad que se mide.

El Principio de Indeterminación de Heisenberg implica que nunca se puede definir la trayectoria de una partícula con la precisión absoluta postulada por la *mecánica clásica,* Ya ésta sigue siendo válida para cuerpos grandes, tales como los que interesan comúnmente al ingeniero, porque la indeterminación implícita en la relación 2.32 es, para un cuerpo macroscópico, mucho menor que los errores experimentales en los valores medidos de x y de $p,$ debido a la pequeñez de la constante $\hbar$ de Planck.

Por el contrario, el concepto de trayectoria no tiene significado para partículas de dimensiones atómicas porque no se puede definir en forma precisa; se necesita por consiguiente una descripción del movimiento que sea diferente a la de la Física Clásica. Por la misma razón, conceptos tales como velocidad, aceleración y fuerza son de uso limitado en la *mecánica cuántica*. En cambio, el concepto de energía sí es de importancia primordial, ya que está más relacionado con el *estado* del sistema que con su *trayectoria*.

Para describir gráficamente el estado dinámico de una partícula, es decir, su posición y su *momentum* en cada instante, se usa un espacio representativo denominado *espacio de fase*. Para el caso de un movimiento unidimensional, el espacio de fase tiene dos dimensiones, correspondiendo la abscisa a la coordenada de posición x y la ordenada al *momentum* p (Fig. 2.18). En la *mecánica clásica*, el estado de una partícula se representa en el espacio de fase con un punto de coordenadas $(x, p),$ puesto que en la *mecánica clásica* se puede determinar simultáneamente con precisión la posición y el *momentum*. Cuando la partícula se mueve, el punto representativo describe una línea en el espacio de fase (Fig. 2.18a). En la *mecánica cuántica* la situación es diferente: *se divide el espacio de fase en celdas, cada una de lados* Δx *y* Δp *de modo que* $\Delta x\, \Delta p = h.$

Luego, lo más que se puede decir es que en cada instante el punto representativo de la partícula está dentro de una de esas celdas. A medida que el tiempo transcurre, la trayectoria del punto representativo cae dentro de un camino que se formó en forma de cinta uniendo una serie de celdas (véase la Fig. 2.18b).

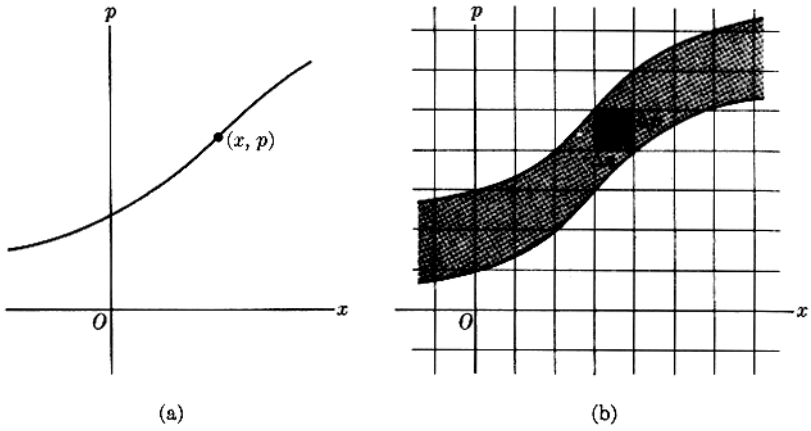


Fig. 2.18 Trayectorias clásica y cuántica de una partícula en el espaciode fase.

2.10 La relación de indeterminación para el tiempo y la energía

Además de la relación de indeterminación $\Delta x\,\Delta p \sim \hbar$ entre una coordenada de una partícula en movimiento y el correspondiente *momentum*, hay una relación de indeterminación entre el tiempo y la energía. Supóngase que se quiere medir no sólo la energía de una partícula, sino también el instante en que la partícula tiene esa energía. Si Δt y ΔE son las indeterminaciones de los valores de estas cantidades, se cumple la relación siguiente:

$$\Delta t / \Delta E \sim \hbar \qquad \text{[ec. 2.34]}$$

Se puede comprender esta relación del modo que sigue: Si se quiere definir el instante en que una partícula pasa por un punto, debe representarse la partícula mediante un pulso o paquete de ondas de duración Δt muy corta. Pero para construir este pulso es necesario superponer campos que tienen frecuencias diferentes, con una amplitud apreciable sólo en un intervalo de frecuencias $\Delta\omega$ centrado en la frecuencia ω y tal que, conforme a la teoría del Análisis de Fourier:

$$\Delta t\,\Delta\omega \sim 2\pi$$

Multiplicando por $\hbar$ y de acuerdo con la ec. 2.31 $E = \hbar\omega,$ y que $2\pi\hbar = \hbar,$ se obtiene la relación 2.34. Ésta da la relación óptima entre las indeterminaciones Δt y $\Delta E.$ En la mayoría de los casos, se conocen t y E con menor precisión, por lo que en vez de la relación 2.34, se debe escribir la relación más general:

$$\Delta t \; \Delta E h \geq \hbar$$

La relación de indeterminación 2.34 requiere que se revise el concepto de estados estacionarios. Considérese un electrón en un estado estacionario excitado de un átomo.

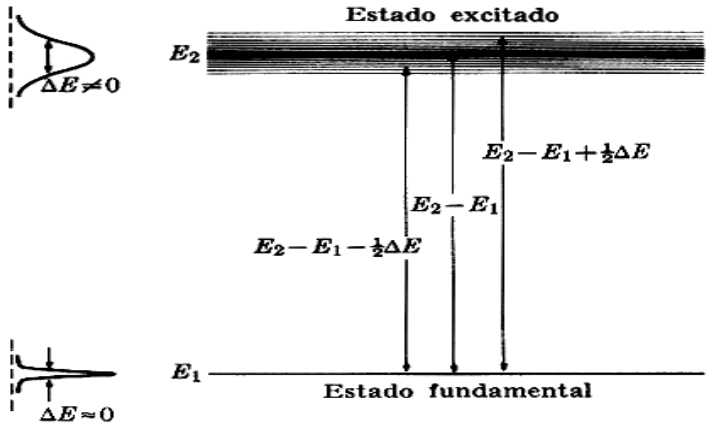


Fig. 2.18 Ancho de los niveles de energía.

Después de cierto tiempo, el electrón experimentará una transición radiactiva a otro estado estacionario de energía menor. Sin embargo, no se tienen medios para predecir con certeza cuánto tiempo permanecerá el electrón en el estado estacionario antes de hacer la transición. Se puede hablar de la probabilidad por unidad de tiempo de que el electrón salte a un estado estacionario más bajo. Por lo tanto, el intervalo promedio de tiempo durante el cual el electrón está en el estado estacionario, llamado también vida media del estado, y que es inversamente proporcional a la mencionada probabilidad de transición, se conoce con una indeterminación Δt. De aquí que la energía del estado estacionario del electrón no se conozca con precisión, sino que tenga una indeterminación ΔE tal que se cumple la relación 2.39. La cantidad ΔE se denomina a menudo ancho energético del estado cuya energía está con mayor probabilidad entre $E - \frac{1}{2}\Delta E$ y $E + \frac{1}{2}\Delta E$ (Fig. 2.18). Puede suponerse que Δt es del orden de magnitud de la vida media del estado. Por consiguiente, cuanto menor es la vida media de un estado excitado, mayor es la indeterminación de su energía.

Para el estado fundamental, cuya vida media es infinita porque un sistema que está en su estado fundamental no puede realizar una transición a un estado

estacionario de energía menor, se tiene $\Delta t \sim \infty.$ Esto da $\Delta E = 0$ y se puede determinar exactamente la energía del estado fundamental. A causa del ancho energético de los estados estacionarios, la energía liberada o absorbida en una transición no está bien definida. Así, en una transición entre estados de energía E_1 y E_2, los fotones emitidos o absorbidos tienen energía en el intervalo:

$$E_2 - E_1 \pm \tfrac{1}{2}\Delta E$$

donde: ΔE es el ancho energético total de los dos estados.

El corrimiento Doppler electromagnético da lugar a un ensanchamiento adicional en la energía de los estados estacionarios. Los átomos de una sustancia están en movimiento, algunos avanzando hacia el observador, y otros alejándose de él, por lo que la frecuencia observada de la radiación emitida por el átomo difiere según sea la dirección del movimiento relativo. En la mayoría de las transiciones atómicas y moleculares, el ensanchamiento debido al Efecto Doppler es mucho mayor que el ensanchamiento debido al principio de indeterminación, mientras que en general es menor en las transiciones nucleares.

AUTOEVALUACIÓN

1. Explique el efecto de la radiación electromagnética. Enumere ejemplos de aplicación de dicho efecto.
2. Explique el fenómeno de la radiación de cuerpo negro. Especifique ejemplos de aplicación de dicho fenómeno.
3. Explique experimentalmente en qué consisten los estados estacionarios, y proporcione posibles aplicaciones prácticas de dichos estados.
4. Explique cómo se debe interpretarla radiación de la materia, y qué efectos prácticos pueden utilizarse en la actualidad de dicho fenómeno.
5. Conceptualice y explique a detalle la indeterminación del Espacio-Tiempo-Energía.

BIBLIOGRAFÍA

Alonso, Marcelo y Finn, Edward, J. (1986). *Física: Fundamentos Cuánticos y Estadísticos*. Vol. III. EUA: Addison-Wesley Iberoamericana.

Grössing, Gerhard (2000a). Quantum Cybernetics: Toward a unification of Relativity and Quantum Theory via Circularly Causal Modeling. New York: Springer

3

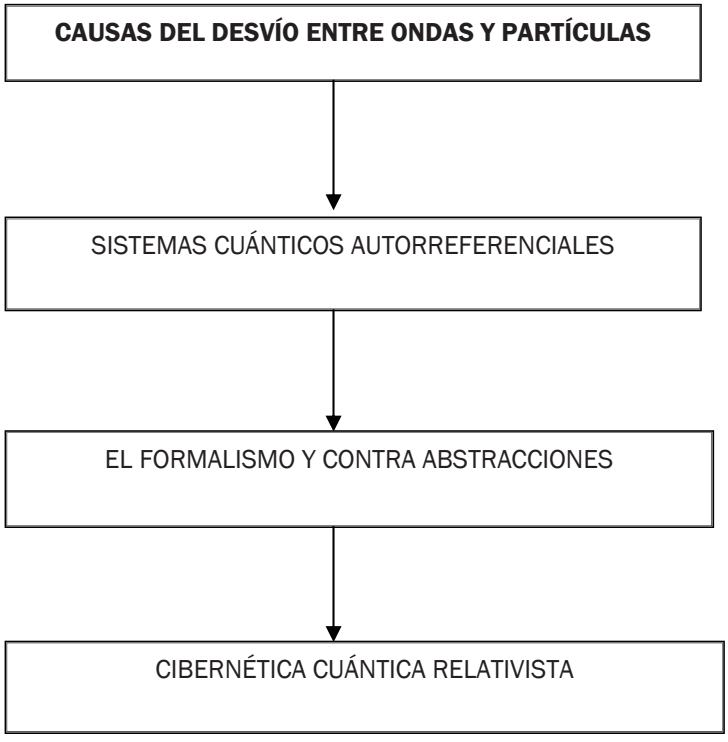
CIBERNÉTICA CUÁNTICA

Yo recibo un millón de "no"; y sigo adelante, porque para triunfar, hace falta sólo un sí.
Diane Bennett

CONTENIDO

3. Causa del desvío entre ondas y partículas
3.1 Sistemas cuánticos autorreferenciales
3.2 El formalismo y contra abstracciones
3.3 Cibernética cuántica relativista

La secuencia para cubrir estos temas se da en el siguiente diagrama de flujo:



CIBERNÉTICA CUÁNTICA

3.1 Causas del desvío entre ondas y partículas

La Mecánica Clásica puede ser considerada con Goldstein (2005) como: *La aproximación geométrica-óptica de la mecánica de las ondas*, en el caso de las ecuaciones de Hamilton-Jacobi. Éstas revelan la Mecánica Clásica como la limitante geométrico-óptica del movimiento de la onda: los rayos de luz ortogonales a los frentes de onda corresponden a trayectorias de partículas ortogonales a las superficies con la acción constante de la función S, donde:

$$S(x,p,t) = W(x,p) - Et \qquad \text{[ec. 3.1]}$$

con x, p, t que denotan la ubicación, la velocidad y las coordenadas en función del tiempo, respectivamente; E es la energía y W es la función característica independiente en el tiempo (Fig.3.1).

Cuando se compara la Mecánica Analítica con la Óptica Geométrica, se puede mostrar una identidad del principio de la acción mínima, el principio de $\delta S = 0,$ y el principio de Fermat descrito en Brillouin (1964). El último estado dice lo siguiente: un haz de luz, normal a la superficie S = constante, sigue la "ruta más corta" a lo largo de su camino desde el inicio hasta el punto final, la velocidad u por la que los frentes de onda son proporcionados, está dada por:

$$u = E / |\nabla S| \qquad \text{[ec. 3.2]}$$

En donde u puede ser más grande que $c,$ como en el caso para $E = mc^2$ y $\nabla S = p = mv,$ por ejemplo. Aun las fotografías de los rayos y su propagación sobre las superficies no están causalmente relacionadas entre sí. Sin embargo, en la Electrodinámica Clásica por ejemplo, las trayectorias específicas de la partícula codeterminan el campo. Comenta Bell (1987) sobre esta reciprocidad entre partícula y campo en la teoría de Maxwell-Lorentz lo siguiente: En la teoría de la onda piloto, la onda influye en las partículas, pero éstas no influyen en la onda. Encontrarlo es raro, De Broglie siempre consideró la teoría de la onda piloto como un escalón en el camino hacia una teoría más seria que estaría en las circunstancias apropiadas, experimentalmente distinta a la Mecánica Cuántica ordinaria (Bell, 1987, p. 138).

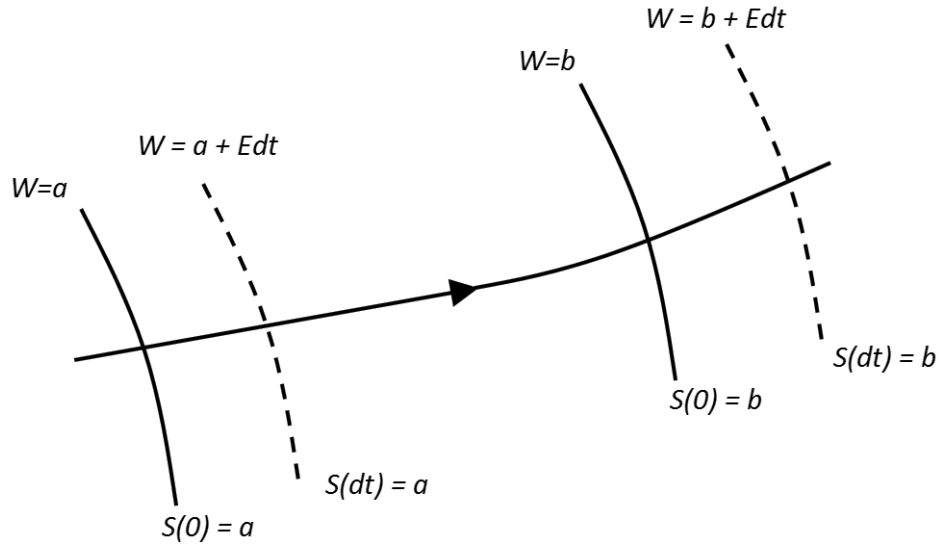


Fig. 3.1 Superficies de acción constante de la función S, representan formas de onda con una trayectoria ortogonal de la partícula.

En la teoría habitual de De Broglie-Bohm, la partícula sólo responde al valor local del campo en sus inmediaciones, pero no hay ninguna acción recíproca de la partícula sobre la onda. Esto es comentado por Holland (1993) de la siguiente manera: Desde el punto de vista de los principios teóricos generales, esta función de la interpretación causal puede parecer tan deficiente, pidiendo un desarrollo de la teoría para incluir una relación más simétrica entre la onda y la partícula (Holland, 1993, p. 120).

Otra ventaja opuesta a la teoría cuántica ortodoxa dice lo siguiente: Porque no consideramos que la estructura formal y conceptual de la teoría cuántica ortodoxa tan cerrada, que podemos prever un papel más activo para la partícula, algo que no es admitido, ni siquiera concebible en la opinión convencional, esto no significa que no pueda presentarse (Holland, 1993, p. 80).

La propuesta ha sido hecha por Hestenes (1985) que: Considera la posibilidad de un papel activo de la partícula, en que la oscilación de la partícula (lo que refleja su frecuencia de punto cero) podría llevar la onda piloto a ese punto (Hestenes, 1985). Aunque la referencia a la energía del punto cero puede ser de importancia, no tendrá en cuenta este enfoque, que en esencia es una reformulación de la teoría de Dirac para un electrón sin un principio rector. (En efecto, entonces, el papel activo que sólo cambió de la onda a la partícula, según la antedicha teoría.)

Sin embargo, ahora se están investigando las posibilidades de una relación más simétrica que permite considerar las oscilaciones de partículas en el cambio de condiciones límite. Por ejemplo, es posible preguntarse: ¿Qué cambios puede tener una "partícula libre" idealizada si se pone en una caja? En la Teoría Cuántica que actualmente se está desarrollando, el impulso p de dicha partícula (es decir, en el espacio sin límites) está dada por la fórmula de De Broglie $p = \hbar k.$ En términos algebraicos, p es el valor propio de un impulso que actúa sobre una función de onda de la Mecánica Cuántica, expresada por:

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dk\ a(k) e^{-i\phi} \qquad \text{[ec. 3.3]}$$

Donde la integral establecida en la ec. 3.3 se extiende sobre dicho espacio sin límites. Sin embargo, cuando una "partícula libre" se pone en una caja negra que tiene una longitud $L,$ tal que no es cero; la probabilidad de encontrar la partícula libre fuera del contexto y del entorno descrito previamente de dicha caja negra (haciendo caso omiso de un túnel, que se justifica en los sencillos ejemplos que figuran a continuación), el impulso de la partícula ya descrita en la caja negra, tiene forzosamente que asumir los valores discretos.

$$p_n = \hbar k_n \qquad \text{[ec. 3.4]}$$

donde:

$$k_n = \frac{n\pi}{L}$$

En analogía con lo que representa una cadena de longitud L fija en ambos extremos, sólo los valores propios p_n permiten que la onda k_n tenga un número correspondiente de conformidad con las condiciones del contorno de la caja de longitud $L.$ Por lo tanto, mientras que en el caso del momento libre de la partícula (que en teoría podría asumir cualquier valor fuera de una variedad ilimitada de posibilidades), sólo por el valor finito de $h,$ el espectro de impulso de la partícula en una caja es mucho más limitado.

Por otra parte, al considerar situaciones experimentales reales, se tiene que tener en cuenta que cualquier experimento (por ejemplo, en la interferometría) está espacialmente confinado a una región limitada, por ejemplo, la región entre

la(s) fuente(s) y el(los) detector(es). Por lo tanto, en el caso de partículas libres con una función de onda como se define en la ecuación de onda (3.3), hay que reconocer que la media longitud de onda máxima está dada por la distancia L_0 entre la fuente S y el detector D, tal que la función de la onda está definida por:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dk\ a(k)e^{-i\Phi} \longrightarrow \sum_n a(k)e^{-i\Phi_n} \qquad \text{[ec. 3.5]}$$

Por lo tanto, cualquier partícula en un interferómetro (por ejemplo), puede ser tratada como una "partícula en una caja" (limitada prácticamente por las paredes de potencial casi infinito junto a S y D), donde la función de onda efectiva se desvanece para siempre fuera de dichos límites. En otras palabras, la resolución dinámica de estos experimentos tiene un límite superior dado por la inversa de la distancia fuente-detector, pero esto no tiene sentido para una configuración únicamente experimental y que se refiere a longitudes de onda λ mayores a $2L$. No se puede sino concluir que cualquier expresión para el momentum de una sola partícula en un interferómetro está dada por la ec. 3.4.

$$p_n = \frac{n\pi\hbar}{L} \qquad \text{[ec. 3.6]}$$

Por otra parte, como es bien sabido, la fórmula de De Broglie para la energía es:

$$E_n = hv_n = \hbar\varpi_n \qquad \text{[ec. 3.7]}$$

donde: $\omega_n = 2\pi v_n \frac{n!}{r!(n-r)!}$ $\omega_n = 2\pi v_n$ y v_n es la frecuencia característica de la partícula (como se muestra, por ejemplo, en el efecto fotoeléctrico), de manera que se puede definir para cada n a:

$$p_\mu = \hbar k_\mu$$

donde:

$$p_\mu = \left(\frac{E}{c}, p\right), k_\mu = \left(\frac{\varpi}{c}, k\right) \qquad \text{[ec. 3.8]}$$

Hay que tener en cuenta que se puede utilizar la ec. 3.8, e igualmente la definición de la energía de la partícula se calcula por medio de la siguiente expresión:

$$E = mc^2 = \hbar\omega = \hbar\omega 0 \Big/ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad \text{[ec. 3.8a]}$$

Para calcular de forma individual cada valor de n, referente a la velocidad de dicha partícula en una caja, que es invariante con lo expresado por Lorentz, precisamente porque se refiere a la posición de la partícula dentro de los límites de la caja, en el ejemplo ya descrito, ya que es una cantidad idéntica en todos los marcos de referencia (de la relatividad especial). Por lo que dicha velocidad se calcula como:

$$v = \frac{pc^2}{\hbar\varpi_n} = \frac{n\pi c^2}{\varpi_n L} \qquad \text{[ec. 3.9]}$$

Esto permite también volver a escribir la cantidad c^2 como producto de dos velocidades:

$$c^2 = vu$$

donde: u también es relativista:

$$u = \frac{\varpi_n L}{n\pi} \qquad \text{[ec. 3.10]}$$

Antes de pasar a la discusión de los experimentos y sus consecuencias, es importante, sin embargo, plantear la pregunta anterior de una manera más precisa. Como se ha visto, una "partícula libre" es una expresión inútil para muchos propósitos prácticos. Así pues, al reformular la pregunta queda así: ¿Qué cambia si la partícula se pone en una caja de longitud L_0 a una de diferente longitud L, o, en otras palabras: ¿Qué cambios hay para una partícula en una caja, si la distancia entre las dos paredes se altera de L_0 a $L = L_0 + \Delta L$. Sin necesidad de resolver la ecuación de Schrödinger correspondiente (véase Grössing, 1995) para el cálculo explícito, fácilmente se pueden hacer algunas deducciones a partir de la ec. 3.4, es decir, el cambio relativo del momento p viene dado por:

$$\frac{dp}{p} = \frac{dv}{v} = \frac{dn}{n} - \frac{dL}{L} \qquad \text{[ec. 3.11]}$$

Si ahora sólo se tienen en cuenta soluciones "estacionarias" de ψ_n en la ecuación de Schrödinger (por ejemplo, con $dn = 0$), que existen incluso en el caso de $dL \neq 0$ (Grössing, 1995), se tiene entonces que:

$$\frac{dv}{v} = -\frac{dL}{L} = -\frac{du}{u} \qquad \text{[ec. 3.12]}$$

En la que se ve una vez más, que el producto vu debe ser una constante. Por otra parte, de acuerdo con la ec. 3.10 se puede escribir u como:

$$u = \frac{2L}{\tau} \quad \text{donde: } \tau = \frac{2n\pi}{\varpi_n} \qquad \text{[ec. 3.13]}$$

Se entiende que la "velocidad de fase" u de la expresión de De Broglie (como ocurre en la descripción de la propagación de hipersuperficies en la supuesta caja con τ = constante (idéntica a los "planos de la simultaneidad" de Rindler [Rindler, 1969]), será para todas las n un conjunto de fases cerradas de las frecuencias de la partícula. Es decir:

$$\tau n = v_n^{-1} \qquad \text{[ec. 3.14]}$$

La ec. 3.12 expresa claramente la relación mutua ("cibernética") entre la velocidad v de una "partícula" y la u que es la velocidad de fase correspondiente de la onda que la acompañan.

En este contexto, es interesante recordar la observación citada en su momento por el investigador Holland (1993) que establece que en la coherencia de la función de onda de una partícula en una caja, después de un tiempo $\tau = h / E_1 = 1 / v_1$, el paquete de ondas recuperará su forma inicial. En otras palabras, si se divide el eje del tiempo en múltiplos de $1 / v_1$, como en un estroboscopio, el paquete de ondas aparecerá como fijo, siempre y cuando la longitud L de la caja permanezca fija. En este último caso, debe ser alterado, por E_1 y v_1.

Por lo tanto, se puede ver también en este ejemplo una interdependencia de una entidad localizable (es decir, el paquete de ondas) y su posible ambiente no local, "mediado" por hipersuperficies con τ = constante.

Téngase en cuenta que la aparición simultánea de propiedades de las partículas en forma de onda puede ser vista directamente en la expresión no relativista de la energía de estados propios de la partícula en una caja, es decir:

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \qquad \text{[ec. 3.15]}$$

Los valores propios de la energía E_n se dan a través de una cantidad local definida (por ejemplo, la "partícula" con masa m), y una cantidad "global", definida (como por ejemplo, la longitud L que se desplaza, lo que puede, en principio, extenderse a través de distancias no locales). Esta mezcla evidente de las magnitudes físicas, local y global, está estrechamente relacionada con las propiedades de la partícula y de la onda de un sistema cuántico.

Ahora, es posible volver a la analogía de Bohm del "piloto automático", e ilustrar cómo se podría modificar para los propósitos actuales. En la analogía del piloto automático, las partículas no se mueven bajo su propia energía, sino que se guían por la información del potencial cuántico exactamente como cuando una nave en piloto automático es guiada por la información recibida a través de las ondas de un radar cuya energía es considerablemente menor que la fuente de energía de la propia nave. El efecto de las ondas de radio es así con independencia de su intensidad, pero sólo depende de su forma. Es interesante ver lo cerca que Bohm ha llegado a la imagen de un "timonel" (kybernetes, en griego antiguo). Sin embargo, él lo considera sólo como estéticamente insatisfactorio, que la partícula no influya en el campo circundante como un activo "timonel" (Grössing, 2000a).

Aunque formalmente idénticos, los puntos de vista de Bohm y de De Broglie, difieren ligeramente en cuanto a la interpretación del potencial cuántico Q. A lo largo de toda su vida, Bohm cambió su evaluación de la función Q; sin embargo, para De Broglie fue sobre todo, un término que contribuyó a una "masa en reposo variable". Es decir, pensó en Q no en términos de "potencial" a través del cual está influenciado el movimiento de una partícula (este papel se atribuye a la "onda piloto"), sino en términos de contribución a la "masa en reposo de las partículas", la que depende del campo no local que lo rodea; pero a nivel local está dada por su forma particular en la ubicación específica de las citadas partículas.

Entonces en este sentido, el punto de vista de De Broglie puede ser llamado "cibernético", aunque nunca lo dijo él mismo de esa manera. Sin embargo, sí estableció que la "masa en reposo variable" se caracteriza por la propiedad de autorreferencia en un contexto pertinente, un tema que es cubierto tanto por la Cibernética, como por la Teoría General de los Sistemas (TGS).

Ahora recordando el hecho discutido anteriormente en el que una "partícula libre", que se pone en una caja sufre algunos cambios definidos que son particularmente evidentes si se tiene en cuenta que no sólo en términos de sus

expresiones matemáticas son diferentes; sino también desde el punto de vista ontológico (el ser), ya que la partícula debe ajustar su frecuencia de tal manera que coincida con las frecuencias de resonancia determinadas por el cuadro de longitud L, es decir, como lo establece la ec. 3.15. Con esto, ahora puede modificarse la analogía de Bohm del piloto automático. En general, un barco puede recibir toda una variedad de frecuencias de radio diferentes. Sin embargo, un piloto de dirección (o piloto automático "inteligente", respectivamente), tiene que realizar una operación decisiva de filtrado. El piloto automático debe sintonizar las frecuencias donde se presenta información sobre el medio ambiente (en general, no local) de interés para el buque. De esta forma, el autopiloto "calcula" su situación o situaciones contextuales y guías para la toma de decisiones; y se guía a través del "paisaje acuático". Del mismo modo, una partícula debe "ajustar" su frecuencia ω_n en las dimensiones del dispositivo experimental (como la distancia L entre la fuente y el detector) para luego ser guiado por las olas adecuadas. El resultado de este cálculo, sin embargo, representa la entrada de un resultado nuevo, que es lo que generalmente se repite en los intervalos de $\tau_n = 2\pi / \omega_n$. De esta manera, y de acuerdo con su propia energía $\hbar\omega_n$, la partícula se guía mediante esa energía, a través de algún principio de acción-reacción (por ejemplo, la Tercera Ley de Newton) a la frecuencia posiblemente correcta de un espectro continuo, y está dirigida por la información "en esta frecuencia" acerca de su entorno no local en un proceso iterativo de autorreferencia.

Entonces, lo que se pasa por alto en la analogía de Bohm es la condición inicial: si se "inyectan" partículas con masas diferentes en reposo m_0, m_0', m_0'', etc.; en una caja todas ellas ajustarán sus frecuencias $\omega_0 = m_0 c^2 / \hbar_1$, $\omega_0' = m_0' c^2 / \hbar$, etc.; con el tamaño de la caja, de acuerdo con la ec. 3.15. Esto constituye un proceso de filtrado que hace que las partículas activas participantes en una dinámica de intercambio mutuo de información interactúen armónicamente. De esta manera, la partícula "informa" en primera instancia al dispositivo experimental, de "su" frecuencia amplia posible; y en segundo término, sobre la frecuencia apta "propuesta" para la partícula y que es idónea a las dimensiones reales de la caja. Así, tanto la partícula y el aparato de medición se "sintonizan" el uno al otro, con una generación de armónicos adecuados en la dinámica que orienta la trayectoria de la partícula.

También es posible construir una analogía, sin necesidad de dos tipos diferentes de ondas, es decir, el agua y las ondas de radio. Imagínese al piloto automático en un bote inflable en una superficie de agua inicialmente plana. La simulación de una "partícula libre" se puede entonces imaginar de la siguiente manera: Supóngase que hay un anillo adicional de cámaras de aire alrededor del barco, estas cámaras se pueden inflar y desinflar rítmicamente con una bomba de aire adecuada. El barco al oscilar, va a crear olas que de lejos parecen ondas circulares. La longitud de onda de estas ondas circulares, será determinada exclusivamente por el ritmo de las oscilaciones del barco.

Ahora, si se pone el barco en un lago de un "tamaño mediano", en donde se está particularmente interesado en una única dimensión del lago, es decir, sólo interesa conocer su longitud L, tarde o temprano, las olas creadas por el bote inflable, y las que se reflejan en la costa, llegarán al barco de nuevo. Bajo las condiciones apropiadas, se verá la creación de ondas estacionarias así como el barco que oscila en armonía con la superficie del lago.

Ahora supóngase que la longitud L del lago se cambió de repente por la introducción de un gran muro. Esto causará una destrucción de las ondas estacionarias anteriores, y la creación de nuevos planos de ondas que emanan de la pared. Ahora será la tarea del piloto automático, el ajustar la frecuencia de oscilación de la embarcación para el nuevo total de ondas entrantes y controlar los problemas que se presenten en el barco a través de las ondas superpuestas. Es evidente que, cada vez más situaciones complicadas se pueden imaginar, en donde con la manipulación y/o inserción de islas pequeñas, de paredes o, de otros objetos que generen una compleja red de patrones en torno a la embarcación neumática. La situación se acerca mucho a la forma en cómo la Mecánica Cuántica la analizaría. El piloto automático permanentemente monitorea y ajusta la frecuencia de oscilación de la embarcación, y permite que el barco se guíe sin problemas por el gradiente total de los frentes de onda en el lugar donde circula la embarcación.

Por último, imagínese que el propio barco, junto con el "piloto automático", están hechos de agua de modo que no hay diferencia entre él y su entorno: puede entonces llegar la imagen de que hay un éter en todos los espacios-tiempo con "partículas" que representan sólo ondulaciones persistentes y localizables del medio, que de manera permanente generan y modulan las ondas entrantes y salientes, respectivamente. Esto es también equivalente a la afirmación de que el espacio-tiempo en sí no es un "contenedor" donde los "objetos" se pueden encontrar, sino más bien que el espacio-tiempo es idéntico al éter, con "partículas" especiales "de alta densidad" y con ondulaciones.

Ahora, con respecto a la Teoría Cuántica, la cantidad de evidencia que se tiene hasta hoy de una interacción dinámica entre las "partículas" y su "medio ambiente" en forma de onda es basta, pero habrá que hacer una búsqueda selectiva de dicha evidencia.

Si se busca en la larga lista de experimentos cuánticos que se tienen registrados, tanto en los que sólo se propone, y en los que ya se llevó a cabo algún avance, se puede considerar que ya hay evidencia registrada, y ésta es:

(i) Los experimentos cuánticos propuestos originalmente por Scully y Druhl (1982) predicen que las tasas de detección de fotones puede ser alterada por la manipulación de átomos, mucho después de que los fotones hayan sido realmente emitidos, e incluso fuera de la trayectoria de emisión de un haz de luz de los átomos (es decir, más rápido que la velocidad de la luz en el vacío) [Herzog *et al.*, 1994].

(ii) El grupo de Zeilinger (1986) demostró la manipulabilidad de las propiedades de un sistema cuántico (al igual que la tasa de emisión de una fuente), cambiando las condiciones del entorno no local.

(iii) La Mecánica Cuántica *postselection* desarrollada por Rauch, Werner y otros (1993), muestra que lo que es necesario para que se produzca interferencia cuántica no es un paquete de ondas que se superpongan, sino más bien la acción de largo alcance de los componentes de la onda plana de la función de onda [Jacobson *et al.,* 1994; Rauch, 1993; Werner *et al.,* 1991].

En general, se pueden observar dos características principales de los sistemas cuánticos, que se mostrarán como constituyentes de la base del punto de vista sistémico de una cibernética cuántica. Estas características son propias del estado de la técnica, y nadie en la comunidad de la Física Cuántica pone en duda su validez. Es interesante ver, sin embargo, que casi nunca se consideran en conjunto, o se discute con respecto a las consecuencias que pudieran derivarse de este punto de vista integral.

En primer lugar, aunque normalmente la descripción del sistema cuántico es a través de funciones de onda Ψ, la definición de "paquetes de onda", en teoría, está dada como una integral de todos los momentos k,

$$\text{Desde } k=-\infty \qquad \text{hasta } k=+\infty,$$

para cada configuración experimental concreta y con el ancho de banda de la onda plana e^{ikr}, los componentes de un paquete de ondas son siempre determinados por la resolución del impulso de la medición con un límite máximo definido por el inverso de la distancia fuente-detector. Así tenemos las características cuánticas siguientes:

1. Las propiedades de los sistemas cuánticos individuales suelen atribuir a su partícula, la naturaleza (por ejemplo la energía) y el impulso que potencialmente pueden ser intercambiados con otras partículas, que siempre son codeterminadas por las condiciones del contorno y no de la distribución local, a través de la presencia de las ondas planas, y viceversa: las ondas planas, a través de E y k en la fase de la función de onda, y es codeterminada por la masa o la energía de la partícula que figuran en la relación $E=mc^2=\hbar\omega,$ en la ec. 3.8a. Por otra parte, como se mencionó con anterioridad, los experimentos de postselección cuántica muestran que para que se produzca interferencia cuántica, no hay necesidad de que los paquetes de ondas se superpongan, sino que más bien se dará por la acción eficaz de las ondas planas no locales que guiarán las partículas (Rauch, 1993) de acuerdo con el grado de interferencia constructiva o

destructiva, respectivamente, entre las diversas rutas opcionales. En este sentido, se toma nota de la función cuántica siguiente.

2. En todos los casos en que más de un conjunto de rutas opcionales que existen a lo largo de la trayectoria de la partícula se pueden propagar (por ejemplo, a través de una doble rendija) ondas planas que pueden potencialmente interferir en dicha trayectoria, mas no se aplica en distancias locales que puedan producir campos de referencia, y es por esa rejilla por la que las "partículas" se propagan hacia los detectores.

En conjunto, las características cuánticas 1 y 2 constituyen un "círculo de causalidad" observable a nivel local ("partículas") en las que cualidades (como la masa o el impulso) codeterminan las frecuencias de ondas planas de difusión no local en el montaje experimental conjunto, y viceversa; las ondas planas reflejan las condiciones del contorno y producen interferencia en las configuraciones que determinan cuál es el camino de las partículas a lo largo de su viaje. Esto lleva inmediatamente a la cibernética, es decir, a circular el modelo causal de los sistemas cuánticos.

3.2 Sistemas cuánticos autorreferenciales

Después de que Jean Piaget expresó: "conocer" un objeto no significa que sea idéntico a la imagen que se refleja y que actúa sobre él, *sino que reconociendo la realidad como los medios para construir sistemas de transformación... que son más o menos isomorfos a las transformaciones de la realidad* (Piaget, 1967). Dado que los actuales modelos del mundo son necesariamente determinantes para la forma en que se percibe el mundo, también se puede invertir el sentido ordinario de la inferencia: en lugar de decir que las "leyes de la naturaleza", en cierta medida, sólo reflejan las capacidades cognitivas, se puede comenzar con el estudio de las propiedades generales de los sistemas cognitivos y compararlos con los del objeto en estudio, ya que éste dependerá también de la "cognición" del objeto en el medio ambiente. Se llega así a la pregunta: ¿Cómo puede un sistema cuántico percibir su medio ambiente? (Grössing, 1988a).

También podría preguntarse: ¿Cómo puede un sistema cuántico obtener información acerca de su "ambiente externo"? Sin embargo, se ve inmediatamente que este enfoque podría ser problemático, ya que no se puede excluir a priori la posibilidad de que el sistema cuántico se extienda indefinidamente, dejando "dentro" y "fuera" como términos no explícitos operacionalmente.

También se ve que, para empezar, hay que distinguir entre las regularidades en el funcionamiento de un sistema y las regularidades entre una unidad y su entorno a medida que los observadores puedan verlo. Uno puede distinguir, en este sentido, entre "organización" y "comportamiento" como descripciones operativas y simbólicas de un fenómeno (Maturana y Varela, 1980). De ello se deduce que los intercambios de cantidades de información de la forma $I = (k) * ln(x)$

(Shannon, 1948) deben ser considerados como representaciones simbólicas de los procesos cognitivos que no tienen ningún significado en el ámbito operativo del sistema cuántico. Si no se puede trabajar con "códigos" en este sentido para dar una descripción operacional de la percepción de los sistemas cuánticos, ¿cómo es posible hacerlo? La respuesta es: ya que en la ciencia no se investiga lo que las cosas son por sí mismas, sino sólo cómo relacionarse con las demás, sólo se debe prestar atención a las relaciones entre las cosas, que describen los cambios o las diferencias.

Teniendo en cuenta un sistema cuántico como una unidad, cuya estructura puede cambiar mientras que su organización sigue siendo invariable, esto permite calificar de influencias perturbadoras las interacciones estructurales que mantienen la no variación del sistema. El objetivo debe ser, pues, describir los cambios de las cantidades de funcionamiento de los sistemas cuánticos en lugar de describir las entradas y salidas "absolutas" de la información. Ahora bien, es interesante observar que una variación de la información es en sí, una información. De esta manera, la cantidad se convierte en operativa y significativa. Se considera como: $\delta I = \delta\left(kln\left(x\right)\right) = k\delta X / X,$ que no es sino una expresión de cambio relativo. De hecho, se verá que las expresiones de la forma $\delta X / X$ se están produciendo en la mayoría de las expresiones importantes que se necesitan para describir la evolución de los sistemas cuánticos. En cuanto a una definición sobre la base de la Teoría General de los Sistemas (TGS), resulta que el concepto de Maturana y Varela (1980) de "sistemas autónomos" en Biología, con su característica central de "cierre de organización", es muy útil para las consideraciones en la Física Cuántica.

Si se dice que existe una máquina M, en la que hay un circuito de retroalimentación a través del entorno, de modo que los efectos de su producción puedan afectar su entrada, la cual es en realidad una máquina más grande que M, a la que se denomina suprasistema, y que incluye el medio ambiente y el entorno; el lazo de regeneración podrá entenderse entonces que es la definición de su organización como sistema (Maturana y Varela, 1980). Una característica importante de estos sistemas autónomos es su "acoplamiento estructural". La estructura determina el estado del sistema en el dominio de lo permitido (por ejemplo, la no desintegración) por las deformaciones (como por ejemplo, los disturbios) y que permite que el sistema funcione en un medio ambiente real. Sin embargo, un observador que distingue una "partícula" y una "onda" a priori, no puede inferir una representación constitutiva de las perturbaciones "internas" y "exteriores" generada por la partícula o por la onda, sino que requiere de un análisis más exhaustivo.

La correspondencia continua entre la conducta y el medio ambiente es simplemente el resultado de la organización invariante del carácter autónomo, de manera que el acoplamiento histórico de la unidad a la estructura de su entorno es evidente sólo en el ámbito de la observación y de distinguir "adentro" y "afuera". Entonces, como ya se mencionó, la representación como la "adquisición de información sobre el medio ambiente" no pertenece al dominio de las generaciones del sistema autónomo, pero sólo tendrán validez las explicaciones simbólicas.

La perspectiva de que esta discusión de la autonomía y el cierre de la organización prevén la Física Cuántica, es la posibilidad de acoplamiento estructural en el ámbito cuántico. Cuanto mayor es la diferenciación interna, es decir, sea más "plástica" la estructura, en esa misma medida los modos más diversificados de la conducta son posibles. Así, el proceso de percepción tiene aspectos tanto activos como pasivos, que consisten en la construcción y el reconocimiento de elementos invariantes en el acoplamiento estructural entre el sistema observado y el medio ambiente donde se describe este último por el observador, como la "condición de contorno experimental" para el sistema autónomo (véase la Fig. 3.2). Por lo tanto, si se tiene en cuenta la trayectoria de una partícula como no lineal en su recorrido, parte de una onda de dicha partícula se extiende en general a través de una distancia en el vacío, durante el montaje experimental conjunto [Varela, 1979] en su descripción de los sistemas autónomos para proporcionar la siguiente descripción cibernética de un sistema cuántico único [Grössing, 1988a].

Un sistema de estado cuántico puro, es un sistema de retroalimentación con una señal de referencia que compensa las perturbaciones sólo en relación con el punto de referencia (es decir, una frecuencia base ω); y de ninguna manera refleja la textura de la perturbación. Su comportamiento, entonces, es el proceso mediante el cual dicha unidad controla los "datos de la percepción" con el ajuste de la señal de referencia (véase la Fig. 3.3). Los modelos físicos cuánticos con causalidad circular explícita, tienen una historia relativamente reciente. Hay elementos predecesores, como las teorías de causalidad no local sin retroalimentación [se entiende por retroalimentación en los sistemas físicos, como la modificación de la entrada en función de la salida]; así como de causalidad con retroalimentación, y entre dichas teorías se encuentran las teorías de control sin tener en cuenta la ubicación de la retroalimentación (véase, por ejemplo [Nelson, 1985]). Los modelos circulares causales para partículas en el vacío se introdujeron por primera vez en la Cibernética Cuántica [Grössing, 1986; Grössing, 1988a], junto con la Teoría de Puthoff, que es mucho más explícita sobre el papel de la gravedad, pero no se corrige la no localidad de las partículas (Puthoff et al., 1989a).

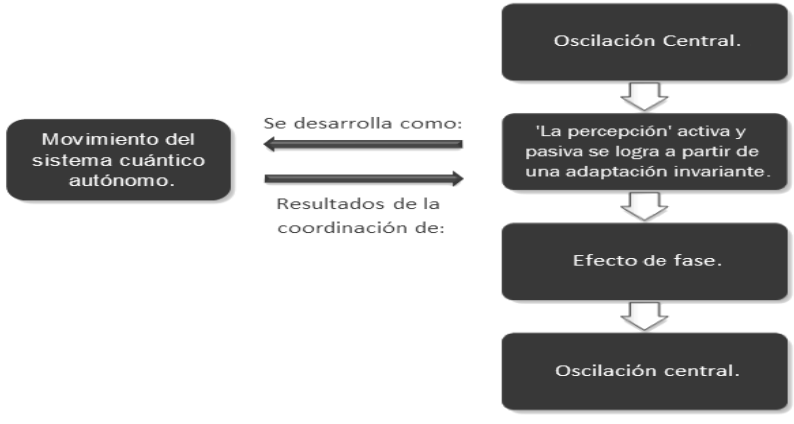


Fig. 3.2 Descripción cibernética de un sistema cuántico.

En la Fig. 3.3 se aprecia un esquema simplificado de un sistema cuántico, donde en realidad una "partícula" es representada por la parte no lineal de una parte lineal, en forma de onda ("éter"). Esta última se extiende a lo largo de un montaje experimental, como el sistema de doble rendija que se muestra aquí, es decir, entre la fuente "difuminada" (abajo) y la pantalla superior (que muestra las franjas de interferencia). La relación mutua entre las "partículas" y el medio ambiente (en general, no local) es mediada a través de ondas planas que vienen de la "partícula", y éstas son la frecuencia y/o la fase bloqueada para las entradas del sistema. Por lo tanto, se producen ondas estacionarias, cuya distribución espectral está determinada por la inversa de la distancia entre la fuente y la pantalla. En la Cibernética Cuántica, el sistema onda-partícula, es un sistema de retroalimentación con una frecuencia característica central que se ajusta de acuerdo con el comportamiento oscilatorio de un entorno de referencia.

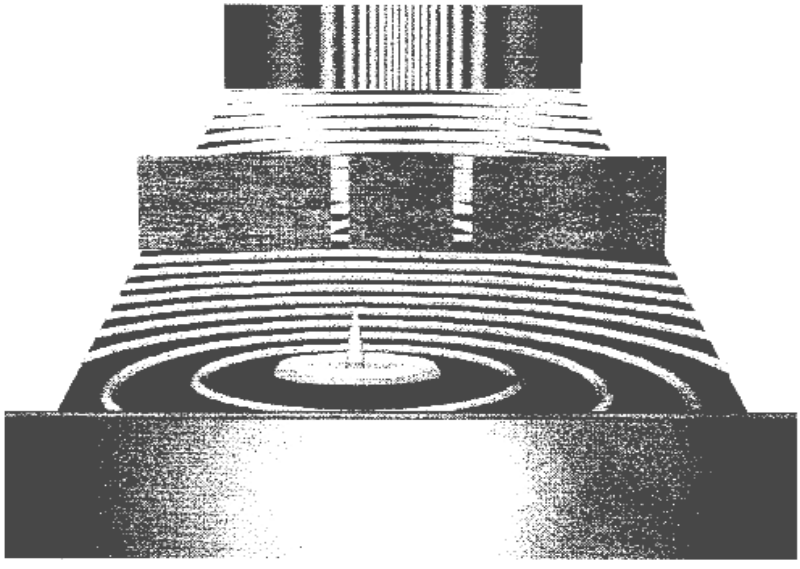


Fig. 3.3 Esquema simplificado de un sistema cuántico.

3.3 El formalismo y contra abstracciones

Tanto los profesores como los estudiantes de la teoría cuántica generalmente enfrentan la situación de que las ecuaciones básicas de la teoría, no se pueden derivar de un principio general, ya que pertenecen a los postulados de la Teoría de la Relatividad, lo que hace complejo el análisis. Este estado de cosas ha sido el mismo desde hace décadas.

La presentación del formalismo de la Mecánica Cuántica se basa principalmente en el trabajo pionero de John Von Neumann. Sin embargo, existen algunos prejuicios profundamente arraigados que se han transportado más de una y otra vez entre la comunidad de físicos teóricos. Se trata de la "prueba de imposibilidad", propuesta por Von Neumann en contra de la posibilidad de un modelo de una "variable oculta" para los sistemas cuánticos. En consecuencia, las actuales generaciones de maestros han dado por sentado que la Teoría Cuántica excluye tal modelo.

Fue sólo John Bell (1987), quien dejó claro que las teorías no locales de las variables ocultas, como el Modelo de De Broglie-Bohm, no se excluyen en absoluto; y de nuevo, ha tomado muchos años para que este conocimiento logre tener una recepción amplia, incluso entre los físicos ortodoxos. Considérese una función de onda Ψ en algún momento inicial, y que existe una "posición oculta" de la partícula $X(t_0)$, y que es "observable" a través de la función O, cuyos valores propios proporcionan el "resultado" $R\left[O,\Psi(t_0),x(t_0)\right]$ para "medir" O. Bell (1987) señala la hipótesis fundamental de la prueba de Von Neumann, es decir, que para una función linealmente relacionada se tiene:

$$O = pP + qQ$$

Los resultados de R están similarmente relacionados por la expresión:

$$R\left[O,\Psi(t_0),x(t_0)\right] = pR\left[P,\Psi(t_0),x(t_0)\right] + qR\left[Q,\Psi(t_0),x(t_0)\right]$$

Aunque esta relación se mantiene cuando se toma la media de $X(a)$ para calcular los valores esperados correspondientes para R, no se espera como un promedio, ya que la función R tendrá valores propios. Pero los valores propios de los operadores relacionados linealmente, no están "realmente" relacionados linealmente. Para ilustrar esto, Bell (1987) considera el ejemplo de P y Q como componentes que giran en direcciones perpendiculares:

$$P = S_x,\ Q = S_y$$

y O es el componente a lo largo de una dirección intermedia.

$$O = (p+Q)/\sqrt{2}$$

Para girar ½ la magnitud de los valores propios de O, P y Q, siempre será ½ lo que debe girarse, y el requisito anterior que estableció Von Neumann está dado por la expresión siguiente:

$$\pm\frac{1}{2}=\left(\pm\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\right)\Big/\sqrt{2}$$

Sin embargo, la expresión anterior es errónea. Bell (1987) llega a la siguiente conclusión: Debido a que De Broglie y Bohm están de acuerdo con una mecánica cuántica en la que los valores propios son los resultados de las mediciones individuales, pero que son excluidos por Von Neumann, esto hace que el postulado pase de muy general y plausible, a algo simplemente absurdo.

En el siguiente párrafo se ampliará el formalismo de la Cibernética Cuántica sin hacer uso del álgebra superior de operadores habituales. Esto no debe de ninguna manera, entenderse como una actitud en contra de ese formalismo, ya que dicho rigor matemático ha sido la base del éxito de la Mecánica Cuántica a lo largo de las décadas. Sin embargo, teniendo en cuenta un posible mal uso del formalismo que dicho tema conlleva y que muchas veces está alejado de la física real, es que se abordará el tema de una forma más simple. Esto permite establecer cómo se introdujo el modelo de De Broglie y Bohm, e igualmente es también la forma en que ellos han querido hacer frente a la Cibernética Cuántica. Por otra parte, el punto de partida es axiomático y viene propuesto por el principio de relatividad, y su consecuencia inmediata de la descomposición de c^2 en el producto $c^2 = uv.$

3.4 Cibernética cuántica relativista

Se pasa ahora al formalismo de la Cibernética Cuántica. Concentrándose aquí en particular en la Teoría de Klein-Gordon, la cual se expresa a continuación:

Es posible poder asociar cualquier vector de la unidad giratoria $\hat{\mathbf{k}} = \frac{k}{|k|}$ normal a una onda de fase $\Phi(x,\ k)$ un correspondiente "ángulo de fase" $\Phi(x,\ k);$ de tal manera que cualquier producto escalar de dos vectores de la unidad, se define por el coseno del ángulo incluido, $\hat{\mathbf{k}}_1\hat{\mathbf{k}}_2 = \cos\Delta\Phi,$ en donde hasta una constante $\Phi = S/\hbar$ se da por la función de acción para la partícula. Se ha visto que se puede definir $\hat{\mathbf{k}}$ en el espacio complejo,

$$\hat{\mathbf{k}} = \hat{n}_0 e^{i\Phi} \qquad \text{[ec.3.16]}$$

De tal manera que por ejemplo, para el caso de dos ondas superpuestas, la suma es: $\hat{\mathbf{k}}_1 + \hat{\mathbf{k}}_2 = \hat{n}_0 \cdot e^{i\Phi}\left(1 + e^{i\Delta\Phi}\right)$.

Con la introducción de los vectores $k(u)$ y $k(v),$ se obtiene la siguiente expresión:

$$\hat{\mathbf{k}}_i = \frac{\hat{\mathbf{k}}_2(v)}{\hat{\mathbf{k}}_1(v)} \quad \text{y} \quad \hat{\mathbf{k}}_i^{\,*} = \frac{\hat{\mathbf{k}}_i(v)}{\hat{\mathbf{k}}_i(v)} \qquad \text{[ec. 3.17]}$$

Entonces, la probabilidad total para que una "partícula" con dos posibles trayectorias pueda estar en algún punto (x,t) viene dada por:

$$P(x,t) = \frac{1}{2}\left(\hat{\mathbf{k}}_1 + \hat{\mathbf{k}}_2\right)\frac{1}{2}\left(\hat{\mathbf{k}}_1 + \hat{\mathbf{k}}_2\right)^* = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\Delta\Phi\right) \qquad \text{[ec. 3.18]}$$

Recuérdese que la regla de la conjugación compleja (ec. 3.17) se deriva de la exigencia de que $k_i(v)$ y $k_i(u)$ siempre cumplen con una condición de ortogonalidad derivada del Principio de la Relatividad, de tal manera que $k_i(v) * k_i(u) = k_i(v) * k_i(u).$

La elección de (3.16) es una función $S(x,\ t),$ tal que se tiene:

$$S = \hbar\Phi = px - Et \qquad \text{[ec. 3.19]}$$

que se obtiene con la expresión no relativista:

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \qquad \text{[ec. 3.20]}$$

Introduciendo un vector unitario se tiene la siguiente expresión:

$$\hat{\mathbf{k}} = \hat{n}_0 \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}\left(\frac{p^2}{2m}t + Vt - px\right)} \qquad \text{[ec. 3.21]}$$

cuya derivada en el tiempo es:

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\mathbf{k}} = -\frac{i}{\hbar}\left(\frac{p^2}{2m} + V\right)\hat{\mathbf{k}} \qquad \text{[ec. 3.22]}$$

Por otra parte:

$$\frac{p^2}{2m}\hat{\mathbf{k}} \equiv -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\hat{\mathbf{k}} \qquad \text{[ec. 3.23]}$$

Y además:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\hat{\mathbf{k}} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\hat{\mathbf{k}} + V\hat{\mathbf{k}} \qquad \text{[ec. 3.24]}$$

donde los $\mathbf{k}$ vectores unitarios obedecen la ecuación de Schrödinger (3.24). Por lo tanto, una sola probabilidad de amplitud $\Psi(x,\ t)$ de la Mecánica Cuántica se puede interpretar como un vector unitario $\mathbf{k}$. En general, la solución de la ec. 3.24 será una superposición lineal de muchos vectores con las correspondientes distribuciones estadísticas de k. Para un escenario relativista sin retorno, como lo establece la Teoría de Klein-Gordon en lugar de la ec. 3.20, la relación con la energía $E^2 = E_0^2 + p^2c^2$ se definirá como:

$$S = \sqrt{E_0^2 + p^2c^2}\,t - px + S_0 \qquad \text{[ec. 3.25]}$$

para que con:

$$\hat{\mathbf{k}} = \hat{n}_0 \cdot e^{\hbar(S-S_0)} \qquad \text{[ec. 3.26]}$$

Por lo tanto se obtiene para $S_0 = 0$:

$$-\frac{\partial^2}{\partial t}\hat{\mathbf{k}} = \frac{1}{\hbar^2}\left(E_0^2 + p^2c^2\right)\hat{\mathbf{k}} \quad \text{y} \quad -\hbar^2\nabla^2\hat{\mathbf{k}} = p^2\hat{\mathbf{k}} \qquad \text{[ec. 3.27]}$$

De este modo, se obtiene la ecuación de Klein-Gordon:

$$\left(\nabla S + \frac{m_0^2c^2}{\hbar^2}\right)\Psi = 0 \qquad \text{[ec. 3.28]}$$

donde en general:

$$\Psi = \int \alpha(k)\hat{\mathbf{k}}(x,t)\,dk, \quad \text{con} \quad \hat{\mathbf{k}} = \hat{n}_0 \cdot e^{iS/\hbar} \qquad \text{[ec. 3.29]}$$

La ec. 3.28 puede descomponerse con:

$$\Psi = Re^{iS/\hbar}$$

en la ecuación relativista de Hamilton-Jacobi-Bohm.

$$\partial_\mu S \partial^\mu S = M_0^2 c^2 = \left(m_0^2 + \delta m_0^2\right) c^2 \qquad \text{[ec. 3.30]}$$

y la ecuación de la continuidad queda como:

$$\partial_\mu J^\mu = \partial_\mu \left[P \partial^\mu S \right] = \partial_\mu \left[R^2 \partial^\mu S \right] = 0 \qquad \text{[ec. 3.31]}$$

en donde el potencial cuántico es:

$$Q = c^2 \delta m_0^2 = \hbar^2 \frac{\nabla S R}{R} \qquad \text{[ec. 3.32]}$$

Ahora, se identifica Q con la expresión de De Broglie, como contribución a la "masa en reposo variable" M_0 que a través de:

$$\Omega_0^2 = \frac{M_0^2 c^4}{\hbar^2} \qquad \text{[ec. 3.33]}$$

corresponde a una entrada de oscilación variable en la definición cibernética de un sistema cuántico descrito con antelación.

Téngase en cuenta que es posible escribir la ec. 3.31 con M_0 = constante, y la nueva expresión queda como:

$$\partial_\mu J^\mu = \partial_\mu \left[P \partial^\mu S \right] = \partial_\mu P \partial^\mu S + P \nabla S = 0 \qquad \text{[ec. 3.34]}$$

Esto significa que mientras energía e impulso se conservan de manera que:

$$\nabla S = 0 \qquad \text{[ec. 3.35]}$$

las cuatro líneas de $\partial_\mu P$ y $\partial^\mu S$ son siempre ortogonales

$$\partial_\mu P \partial^\mu S = 0 \qquad \text{[ec. 3.36]}$$

es decir, la probabilidad actual de que las partículas sean acompañadas por ondas de fase ortogonales cuyos "frentes" se mueven con una velocidad de fase *u* es considerable. Para el límite no relativista, se tiene la "fórmula de referencia" propuesta por De Broglie:

$$v = -c^2 \frac{\nabla S}{\frac{\partial}{\partial t} S} \qquad \text{[ec. 3.37]}$$

Finalmente, la Ley de Conservación de Probabilidad se expresa como:

$$\frac{\partial}{\partial t} P = -v \cdot \nabla P \qquad \text{[ec. 3.38]}$$

De cualquier forma, se puede reescribir la ec. 3.37 de manera tal que:

$$\frac{\partial}{\partial t} S = -u \cdot \nabla S \qquad \text{[ec. 3.39]}$$

donde:

$$u = \frac{-\frac{\partial}{\partial t} S}{\nabla S} = c^2 \frac{\frac{dS}{dx}}{\frac{dS}{dt}} \quad \text{y} \quad uv = c^2 \qquad \text{[ec. 3.40]}$$

Finalmente, multiplicando las ecs. 3.38 y 3.39 se obtiene la siguiente expresión:

$$\partial_\mu P \partial^\mu S = 0 \qquad \text{[ec. 3.41]}$$

y se ve en este caso, que la ecuación de continuidad relativista (3.31) se descompone en la ec. 3.38 que describe la conservación de una función de probabilidad y que se refiere a la posición de las partículas; igualmente se obtiene la ecuación de continuidad (3.39) que permite calcular la propagación de las ondas de fase con velocidad *u*. De esta manera, se ha obtenido una descripción de un sistema cuántico único donde las partículas y las ondas están en igualdad de condiciones. Sólo así pueden ofrecer una imagen completa de un sistema cuántico. Téngase en cuenta que en comparación con la ecuación de conservación no relativista completa (3.31):

$$\frac{\partial}{\partial t} P + \nabla \cdot (vP) = 0 \qquad \text{[ec. 3.42]}$$

el requerimiento de la ec. 3.35 es equivalente a:

$$\nabla S = 0 \quad \leftrightarrow \quad \nabla \cdot v = 0 \qquad \text{[ec. 3.43]}$$

En este caso las ecs. 3.37 y 3.38 proveen:

$$P(S) = P_0 e^{-\int \frac{dS}{\hbar}} \qquad \text{[ec. 3.44]}$$

de ahí se obtienen las siguientes expresiones:

$$S - S_0 = -hInP, \qquad \partial_\mu \Delta S \Big/ h = \frac{\partial_\mu P}{P} \qquad \text{[ec. 3.45]}$$

Esto significa que si el principio de mínima acción $\delta S = 0$ se mantiene, la ec. 3.45 garantiza que $P = P_{\text{máx}}$ (como por ejemplo, $\delta P = 0$), de manera que las trayectorias de las partículas se alinean a lo largo de las trayectorias más probables, mientras que en general $\delta S \neq 0,$ significa un alejamiento de las trayectorias más probables. Por otra parte, la inserción de la ec. 3.45 en la expresión (3.34), proporciona una expresión alternativa para la conservación de función de densidad de probabilidad P en términos de las propagaciones de fase de las ondas de los frentes de onda S = constante, es decir:

$$\partial_\mu \Delta S \partial^\mu S = h \nabla S \qquad \text{[ec. 3.46]}$$

que no es sino la formulación invariante relativista del principio de Huygens [Grössing, 1988a; Grössing, 1986] que establece que todo frente de onda con gradiente no nula S = constante, es la fuente de una nueva fase de ondas. Comparando las ecs. 3.46 y 3.30, puede verse que $\nabla S = 0$ implica que el potencial cuántico y la energía en reposo se cancelan mutuamente, es decir, también:

$$\omega_0^2 = -\delta {\omega_0}^2 \qquad \text{[ec. 3.47]}$$

Esto proporciona la imagen física de la fase completa de bloqueo a través de las ondas estacionarias; es decir, la representación de ondas oscilantes entrantes y salientes en fase unas con las otras. Si el lado derecho de la expresión (3.46) no se anula, entonces, la información efectiva acerca de un cambio "preocupante" de $\delta {\varpi_0}^2$, puede ser considerado como un proceso de codificación de frecuencia modulada.

Ahora se tiene que lidiar con los problemas habituales de interpretación de De Broglie-Bohm sobre la teoría de Klein-Gordon como se ha discutido anteriormente; allí, J^0 resultó no ser definible como un valor positivo, y la expresión de

velocidad $v^{\mu} = -\frac{\partial^{\mu} S}{M_0}$ no es de tipo temporal. Curiosamente, no existe una sola respuesta simple para ambos problemas en la Teoría del Éter prevista en este apartado. Si se supone que el vacío es en realidad un espacio lleno [en realidad el concepto en inglés es plenum, y la traducción más cercana en castellano es espacio lleno], entonces puede ser necesario atribuir algún tipo de energía E_{vac} al volumen espacio-tiempo. En realidad, los modelos actuales y sus estimaciones, consideran que esto es muy grande (Coles, 1998). [Para un modelo alternativo, véase Zlatev et al. (1999).]

Sin embargo, si se añade a cada fase de una función de onda un tiempo adicional, como por ejemplo $\alpha E_{\text{vac}} t$ que es siempre libre, por ejemplo la fase, o la función de la acción representada por la ec. 3.25 respectivamente, sólo se define una constante; entonces la relación con la energía nueva que se obtiene se determina a través de la siguiente expresión:

$$E^2 = {E_{\text{vac}}}^2 + {E_0}^2 + p^2 c^2 \qquad \text{[ec. 3.48]}$$

Ahora como expresiones de la energía, sólo son interesantes las relativas, y como se está, por lo tanto, libre de redefinir el "punto cero" de la fase de la onda, es posible definir nuevamente la expresión, de modo que en la ec. 3.25 se establezca un término de renormalización propuesto por la siguiente expresión:

$$S_0 = \left(\sqrt{{E_{\text{vac}}}^2 + {E_0}^2 + p^2 c^2} - \sqrt{{E_0}^2 + p^2 c^2}\right) t \qquad \text{[ec. 3.49]}$$

Tal que:

$$\hat{k} = \hat{n}_0 \cdot e^{\frac{i}{\hbar}(S - S_0)} \rightarrow \hat{n}_0 \cdot e^{\frac{i}{\hbar}\left(\sqrt{{E_0}^2 + p^2 c^2}\, t - px\right)} \qquad \text{[ec. 3.50]}$$

lo que efectivamente determina el establecimiento de valores observables de energía en el vacío E_{vac} igual a cero. Así, la ecuación de Klein Gordon (3.28) se mantiene como está. Sin embargo, cada vez que se enfrentan a la energía total del sistema, la ec. 3.48 será importante. De hecho, ahora se verá de inmediato que con:

$$\partial_{\mu} S \partial^{\mu} S = M_0^2 c^2 = \frac{{E_{\text{vac}}}^2}{c^2} + m_0^2 c^2 + \hbar^2 \frac{\nabla R}{R} \qquad \text{[ec. 3.51]}$$

y con expresiones adecuadas para E_{vac}, la masa en reposo variable M_0 sigue siendo definida como positiva.

En particular:

$$J^{\mu} = \frac{P}{M_0}\partial^{\mu} S \quad \text{y} \quad J^{0} = \frac{P}{M_0}\frac{\partial}{\partial t} S \geq 0 \qquad \text{[ecs. 3.52]}$$

Tanto para soluciones que involucren energía positiva y negativa de E_0 en la ec. 3.28. Por otra parte:

$$M_0 v^{\mu} = p^{\mu} = \partial^{\mu} S = \sqrt{\frac{{E_{\text{vac}}}^2}{c^2} + {m_0}^2 c^2 + \hbar^2 \frac{\nabla R}{R}} v^{\mu} \qquad \text{[ec. 3.53]}$$

Siempre es de tipo temporal:

$$p_{\mu} p^{\mu} = {E_{\text{vac}}}^2 + {m_0}^2 c^4 + c^2 \hbar^2 \frac{\nabla R}{R} > 0 \qquad \text{[ec. 3.54]}$$

Por lo tanto, se tiene una teoría de trabajo de Klein-Gordon con una densidad de probabilidad definida de forma positiva como lo expresa la ec. 3.52 y la velocidad (momentum) de los vectores expresados en la ec. 3.53. Se establece en la ec. 3.34, que en general son:

$$\nabla S = -\frac{\partial_{\mu} P}{P}\partial^{\mu} S \qquad \text{[ec. 3.55]}$$

Con la solución propuesta para resolver la ec. 3.45, se puede escribir el Principio de Huygens (3.46) con:

$$\partial^{\mu} S = \hbar k^{\mu}(v)$$

como:

$$\nabla S = \frac{\hbar}{2\pi} k_{\mu}(v) k^{\mu}(v) \qquad \text{[ec. 3.56]}$$

Donde en general para $u \neq v$, se tiene de la ec. 3.42:

$$P = P_0 e^{-\int_0^t \nabla \cdot v(x,t) dt} \qquad \text{[ec. 3.57]}$$

Que luego determina la expresión en $\frac{\partial_\mu P}{P}$ para dar lugar a la ec. 3.55. Sin embargo, ahora se puede identificar a esta última expresión como la unidad de los vectores $\hat{k}_\mu(u)$:

$$\frac{\partial_\mu P}{P} = \left|\frac{\partial_\mu P}{P}\right| \hat{k}^\mu(u) \qquad \text{[ec. 3.58]}$$

Finalmente, para calcular la conservación de la energía y del impulso, el lado izquierdo de la ec. 3.55 se anula; y por lo tanto, $\frac{\partial_\mu P}{P}$ y $\partial_\mu S$ son ortogonales entre sí. Como $\partial_\mu S$ de acuerdo con la ec. 3.54 es siempre de tipo temporal, la otra expresión siempre debe calcularse como:

$$\hat{k}_\mu(u)\hat{k}^\mu(u) = \frac{1}{\left|\frac{\partial_\mu P}{P}\right|} \frac{\partial_\mu P}{P} \frac{\partial^\mu P}{P} < 0 \qquad \text{[ec. 3.59]}$$

Por lo tanto, puede observarse la generalización de la ec. 3.56 para las velocidades $v \neq c$:

$$\nabla S = \frac{\hbar}{2\pi} k_\mu(u) k^\mu(u) \qquad \text{[ec. 3.60]}$$

Que se reduce a la expresión (3.56) para $v = u = c.$ Por otra parte, sobre un sistema de partículas con la conservación de impulsos, y con un solo camino posible, el lado derecho de la ec. 3.60 se anula idénticamente, como $u_\mu u^\mu = 0,$ por lo tanto, la condición (3.43) se mantiene.

Se debe tener en cuenta también que a partir de la definición (3.58) del vector $\hat{k}^\mu(u)$ es evidente que no necesariamente se pierde ese vector con cualquier distancia, de modo que $\hat{k}^\mu(u)$ representa, en general, un campo de vectores no local.

AUTOEVALUACIÓN

1. Conceptualice y explique con todo detalle qué es la Cibernética Cuántica y cómo podría aplicarse en la práctica.
2. Explique con detalle las posibilidades prácticas de la Cibernética Cuántica en el desarrollo de la Computación Cuántica.
3. Explique en qué consiste el experimento denominado "La Paradoja del Gato de Schröedinger". Especifique su posible aplicación en la práctica.
4. Explique detalladamente la interpretación de la causa del desvío entre ondas y partículas. Mencione aplicaciones prácticas de este fenómeno.
5. Explique con detalle en qué consiste la Decoherencia y cómo se aplicaría en la práctica, así como su utilidad.

BIBLIOGRAFÍA

Bell. J. (1987). *Speakable and unspeakable in Quantum Mechanics.* Cambridge: Cambridge University Press.

Brillouin, L. (1922). *La Théorie des Quanta.* Paris: Presses Universitaires de France.

Coles, P. (1998). *The End of the Old Model Universe. Nature* 393*,* 741.

Grössing, G. (1986). *Quantum Cybernetics and Its Test en Late-Choice Experiments. Phys. Lett.* A 118, 381-386.

Grössing, G. (1988a). *How does a Quantum System Perceive its Environment?* In *Microphysical Reality and Quantum Formalism*. Edited by A. Van Der Merwe, G. Tarozzi and F. Selleri (Kluwer, Dordrecht), pp. 225-238.

Grössing, G. (1995). *An Experiment to Decide between the Causal and the Copenhagen Interpretations of Quantum Mechanics. Ann. N. Y. Acad. Sci.* 775, 438-444.

Herzog, T. J.; Rarity, J. G.; Weinfurter, H. and Zeilinger, A. (1994). *Frustrated Two-Photon Creation via Interference. Phys. Rev. Lett.* 72, 629-632.

Hestenes, D. (1985). *Quantum Mechanics from Self-Interaction. Found. Phys.* 15, 63-87.

Holland, P. R. (1993). *The Quantum Theory of Motion*. Cambridge: Cambridge University Press.

Jacobson, D. L.; Werner, S. A. and Rauch, H. (1994). *Spectral Modulation and Squeezing at High-Order Neutron Interferences. Phys. Rev. A* 49, 3 196-3 200.

Maturana, H. and Varela, F. (1980). *Autopoiesis and Cognition.* Dordrecht: Reidel.

Nelson, E. (1985). *Quantum Fluctuations.* Princeton: Princeton University Press.

Piaget, J. (1967). *Biologie et Connaissance.* Paris: Gallimard.

Puthoff, H. E. (1989a). *Gravity as a Zero-Point-Fluctuation Force. Phys. Rev. A* 39, 2 333-2 342.

Rauch, H. (1993). *Phase Space Coupling in Interference and EPR Experiments. Phys. Lett. A* 173, 240-242.

Rindler, W. (1969). *Essential Relativity.* New York: Springer.

Scully, M. O. and Drühl, K. (1982). *Quantum eraser: A proposed photon correlation experiment concerning, observation and "Delayed Choice", in Quantum Mechanics*. *Phys. Rev.* A 25, 2 208-2 213.

Werner, S. A.; Clothier, R.; Kaiser, H.; Rauch, H. and Wölwitsch (1991). *Spectral Filtering in Neutron Interferometry. Phys. Rev. Lett.* 67, 683.

Zlatev, I.; Wang, L. and Steinhardt, P. J. (1999). Quintessence, Cosmic Coincidence and the Cosmological Constant. Phys. Rev. Lett. 82, 896.

4

APLICACIONES DE LA COMPUTACIÓN CUÁNTICA

El verdadero viaje del descubrimiento consiste en no buscar nuevos paisajes, sino tener nuevos ojos.

Marcel Proust

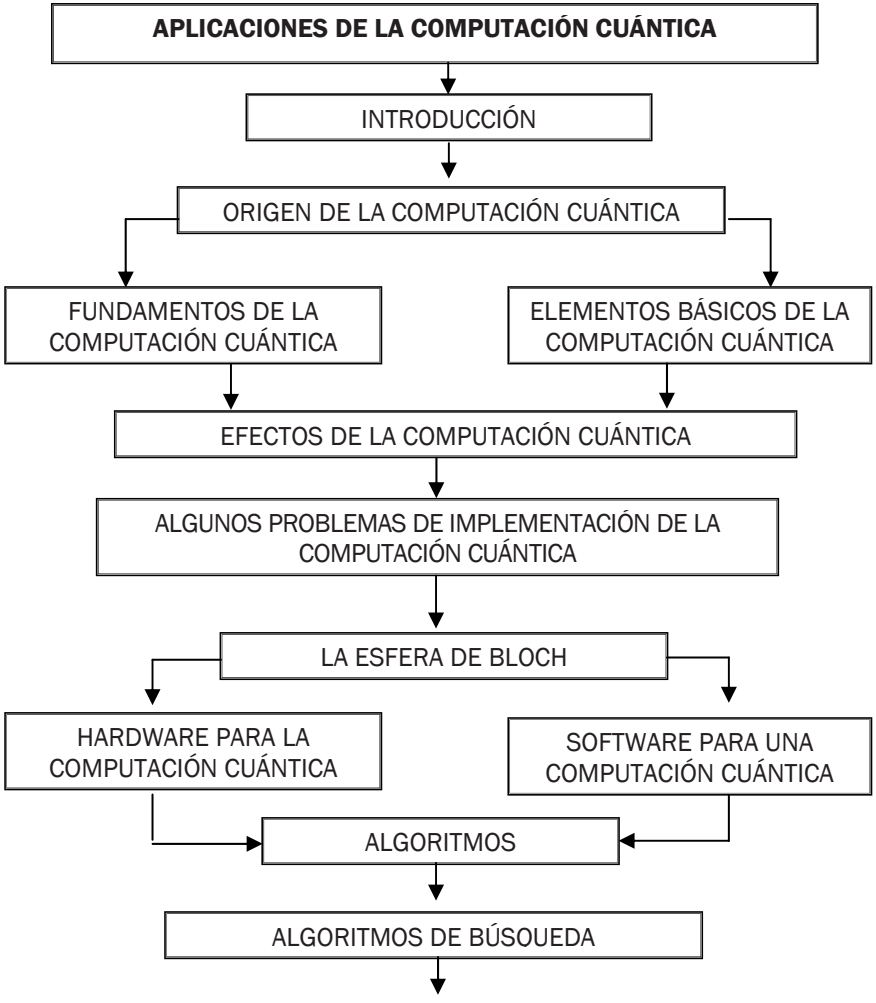
CONTENIDO

4. Aplicaciones de la computación cuántica

4.1 Introducción
4.2 Origen de la computación cuántica
4.3 Fundamentos de la computación cuántica
4.4 Elementos básicos de la computación cuántica
4.5 Efectos de la computación cuántica
4.6 Algunos problemas de implementación de la computación cuántica
4.7 La Esfera de Bloch
4.8 Hardware para la computación cuántica
4.9 Software para una computación cuántica
4.10 Algoritmos
4.11 Algoritmos de búsqueda
4.12 Algoritmo de Shor
4.13 Algoritmo de Grover
4.14 Algoritmo de Deutsch-Jozsa
4.15 Computadora cuántica de Benioff
4.16 Computadora cuántica de Feynman
4.17 Computadora cuántica de Deutsch
4.18 Computadora cuántica de Kane

4.19 Aplicaciones de la computación cuántica: La teleportación o la teletransportación cuántica
4.20 Estados promiscuos
4.21 Realización de la teletransportación cuántica
4.22 Intercambio de entrelazamiento
4.23 Otros experimentos de teleportación o teletransportación cuántica
4.24 Algunas conclusiones
4.25 Bibliografía

La secuencia para cubrir estos temas se da en el siguiente diagrama de flujo:



ALGORITMO DE SHOR
ALGORITMO DE GROVER
ALGORITMO DE DEUTSCH-JOZSA
COMPUTADORA CUÁNTICA DE BENIOFF
COMPUTADORA CUÁNTICA DE FEYNMAN
COMPUTADORA CUÁNTICA DE DEUTSCH
COMPUTADORA CUÁNTICA DE KANE
APLICACIONES DE LA COMPUTACIÓN CUÁNTICA: LA TELEPORTACIÓN O LA TELETRANSPORTACIÓN CUÁNTICA
ESTADOS PROMISCUOS
REALIZACIÓN DE LA TELETRANSPORTACIÓN CUÁNTICA
INTERCAMBIO DE ENTRELAZAMIENTO
OTROS EXPERIMENTOS DE TELEPORTACIÓN O TELETRANSPORTACIÓN CUÁNTICA
CONCLUSIONES

APLICACIONES DE LA COMPUTACIÓN CUÁNTICA

4.1 Introducción

Apoyo en la web

Actividades para el lector

Consulte en el apoyo web del libro el video
El Futuro Digital ya está aquí.

Actualmente, las computadoras portátiles, los Asistentes Personales Digitales [PDA: *Personal Digital Assistant*] y los teléfonos celulares, se caracterizan por su reducido tamaño y portabilidad (véase la Fig. 4.1); y en el futuro, serán las computadoras usables [BWC: *Body Wearable Computers*], integradas en el espacio personal del usuario, las que reemplazarán todos los dispositivos que actualmente se utilizan, y estos nuevos equipos serán tan, o aún más populares que los que serán sustituidos. Esas nuevas computadoras requieren componentes aún más pequeños que los actuales.

Fig. 4.1 Equipos que actualmente se utilizan bajo la tecnología de los microcircuitos.

La constante miniaturización de los componentes de la arquitectura de los sistemas (*Hardware*) ha logrado la realización de nanocircuitos, pero muy pronto no será posible reducir más los circuitos, debido a que la demanda de miniaturización será tal, que las leyes de la Física Clásica ya no sean aplicables;

```
El término microcircuito se refiere a que se construyen en
micras. 1 micra = 1 * 10-6 [m].
El término nanocircuito se refiere a que se construye en
nanómetros. 1 nanómetro = 1 * 10-9 [m].
```

El cambio en los componentes fundamentales de las computadoras, hace necesario redefinir muchos elementos de la computación actual, la arquitectura, los algoritmos y los componentes de la arquitectura (*Hardware*). Es así como nace la computación cuántica, y con ella los algoritmos cuánticos. La aplicabilidad de la computación cuántica depende de la posibilidad de desarrollar una computadora cuántica. Un ejemplo del inmenso potencial de las computadoras cuánticas, es el algoritmo cuántico para determinar si un número es primo. Una computadora actual se tardaría de miles a millones de años (dependiendo de cuán grande sea el número) en ejecutar tal algoritmo; a diferencia de una computadora cuántica que le tomaría tan sólo unos cuantos segundos el completar la tarea.

4.2 Origen de la computación cuántica

Paradójicamente, se vive una analogía entre las décadas de 1950 cuando se iniciaron las computadoras que operaban con transistores y grandes máquinas que cubrían grandes espacios y la década del 2000, en la cual emergen nuevas hipótesis para optimizar el rendimiento de la computadora cuántica desde la algoritmia hasta los qubits y desde su composición hasta su comportamiento. Hoy en día se han mejorado diferentes aspectos relacionados con el mundo cuántico, donde se presentan retos como la criptografía, decoherencia, superposición de estados entre otros que son fundamentales para el alcance de este poderoso ordenador.

Se han construido máquinas que factorizan pequeñas cifras, sin embargo, persisten dificultades en cuanto a la lectura de la información, ya que el mundo atómico es un inmenso océano el cual no se ha explorado lo suficiente, cuyas bases se mantienen en lo profundo de la metafísica. La idea general es que las personas interesadas en esta temática se ilustren un poco acerca de la tecnología que abarcará toda la información del futuro, generar inquietudes que motiven al descubrimiento e investigaciones que generen discernimientos a partir de la descripción que se realiza desde el origen de la computación cuántica, sus elementos y su comportamiento.

La idea de computación cuántica surge en 1981 cuando Paul Benioff expuso su teoría para aprovechar las leyes cuánticas en el entorno de la computación. En vez de trabajar a nivel de voltajes eléctricos, se trabaja a nivel de cuanto (quantum). En la computación digital, un bit sólo puede tomar dos valores: “0” o “1” lógicos. En cambio, en la computación cuántica, intervienen las leyes de la mecánica cuántica, y la partícula puede estar en superposición coherente: puede ser “0”, “1” y puede ser un “0” y un “1” a la vez (dos estados ortogonales de una

partícula subatómica). Eso permite que se puedan realizar varias operaciones a la vez, según el número de qubits (*Qubit: Quantical Bit o Bit Cuántico*).

Superposición coherente

En una computadora cuántica la unidad mínima de información es el qubit, un estado entrelazado, mezcla de los dos estados a la vez, de forma coherente. La potencia de la computación cuántica se basa en la coherencia o superposición que permite un efecto de paralelismo. Se colocan todos los qubits de entrada en una superposición coherente de ceros y unos. Si se hace pasar esta entrada a través de un circuito lógico que ejecute un determinado cómputo, el resultado es una superposición de todos los posibles resultados de ese cómputo: la computadora efectúa a la vez todos los cómputos posibles.

A principios del siglo XX, con el avance en el conocimiento de los mecanismos internos del átomo, físicos de la talla de Niels Bohr, Max Planck, Werner Heisenberg, Wolfang Pauli, Schrödinger, entre muchos otros, llegaron a la conclusión de que la física newtoniana (también llamada mecánica clásica) no podía aplicarse al mundo subatómico, en el cual las leyes del movimiento responden a principios diferentes que en ocasiones contradicen el sentido común. Esto los llevó a fundar una nueva rama de la física: La Mecánica Cuántica. Las bases teóricas de la Física Cuántica y de la Cibernética Cuántica se desarrollaron en los primeros 3 capítulos de este libro.

En la práctica, fueron los siguientes teóricos de la Física: Richard Feynmann, del California Institute of Technology (CIT) de Pasadena, California; Paul Benioff, de Argonne National Laboratory (ANT), en Illinois; David Deutsch, de la Universidad de Oxford, en Inglaterra, y Charles Bennett, del T.J. Watson Research Center de IBM en Yorktown Heights (Nueva York), los que propusieron por primera vez el concepto de las computadoras cuánticas en las décadas de 1970 y 1980; sin embargo, en la actualidad muchos científicos dudan que alguna vez ese tipo de computadora pudiera resultar práctica. En 1994, Peter Shor, de AT&T Research, describió un algoritmo cuántico específicamente diseñado para factorizar números grandes, y demostró ser exponencialmente más rápido que los algoritmos utilizados en las computadoras convencionales. El potencial del Algoritmo de Shor (1995) alentó a muchos científicos a tratar de explotar las capacidades de las computadoras cuánticas. En los últimos años, varios grupos de investigación de todo el mundo han alcanzado progresos significativos en este campo.

Actividades para el lector

Consulte la página del Centro Europeo de Investigaciones Nucleares [CERN]. En ella encontrará resultados de las investigaciones recientes sobre el uso que se le da al *acelerador de hadrones.* http://public.web.cern.ch/public/

También puede consultar la página del Instituto Max Planck de Berlín. http://www.mpg.de/en

Otro investigador importante es Chuang, Mientras estuvo en IBM, Chuang amplió su reputación como uno de los experimentalistas en computación cuántica más importantes del mundo. Dirigió el grupo que demostró la primera computadora cuántica de un qubit (en 1998 en la Universidad de California en Berkeley). En la ciudad estadounidense de Almaden en donde se localiza IBM, Chuang y sus colegas fueron los primeros en demostrar la importancia y validez de los algoritmos cuánticos. Por ejemplo, el Algoritmo de Grover, concebido en 1999 para hacer búsquedas en Bases de Datos con ayuda de una computadora cuántica de 3 qubits, y la búsqueda de pedidos ideada en Agosto del año 2000 con una computadora cuántica de 5 qubits (Chuang and Nielsen, 2000).

Además de su ambicioso programa experimental, la División de Investigación de IBM Research es conocida también por sus muchas contribuciones teóricas en el emergente campo de la información cuántica. Los científicos de IBM fueron pioneros en la Criptografía Cuántica, en Comunicaciones Cuánticas (incluso el concepto de teletransportación cuántica) y en metodologías eficientes para corregir errores en esos nuevos sistemas cuánticos. David Di Vincenzo, miembro del cuerpo de investigadores del laboratorio Watson de IBM, ha promulgado los cinco criterios necesarios para construir una computadora cuántica práctica:

1. Un sistema físico de escala flexible con qubits bien caracterizados.
2. Capacidad de inicializar el estado de un *qubit.*
3. Tiempos de decoherencia cuántica más largos que el tiempo de operación de la puerta cuántica.

Las partículas son tratadas como ondas

En la mecánica cuántica las partículas son tratadas como ondas que se comportan según la Ecuación de Schrödinger. De este modo, este comportamiento entra en contradicción con la mecánica clásica donde es bien sabido que las partículas no presentan fenómenos típicos de las ondas como la interferencia. Cómo es posible que las partículas cuánticas formen cuerpos más grandes que se comportan de manera clásica, es un fenómeno que se conoce como decoherencia cuántica. Este término está íntimamente ligado con la computación cuántica, ya que la decoherencia de los qubits representa un problema. Se basa en que los sistemas físicos no residen aislados, sino que interactúan con otros, y esta interacción es la que provoca que se deshagan los estados de superposición de los qubits (mientras no interactúe, es un sistema coherente, es decir, se encuentra en una indefinida superposición de estados). A este intervalo de pérdida de coherencia se le asocia con lo que esencialmente es un sistema cuántico lo podamos describir por medio de variables clásicas. La decoherencia se debe al acoplamiento del qubit con el entorno (computadora cuántica). En consecuencia, el qubit debe convide-rarse como un sistema abierto.

El acoplamiento del qubit con la computadora cuántica produce un entrelazamiento entre ambos sistemas que modifica el qubit de

forma, a priori, incontrolable. Generalmente se asume que una vez que el qubit ha perdido la coherencia, la computación completa falla y, en consecuencia, los resultados que se obtienen no son correctos. En el modelo de computación cuántica los cálculos se realizan aplicando transformaciones unitarias al qubit. Sin embargo, esto sólo se cumple de forma aproximada ya que, debido al acoplamiento entre los dos sistemas, la evolución del qubit generalmente no es unitaria.

4. Un conjunto universal de puertas cuánticas.
5. La capacidad de medir qubits específicos.

En la computación cuántica, a diferencia de la computación actual donde cada bit puede estar en un estado discreto y alternativo a la vez, la unidad fundamental de almacenamiento es el *qubit* (bit cuántico), donde cada qubit puede tener múltiples estados simultáneamente en un instante determinado, reduciendo así el tiempo de ejecución de algunos algoritmos de miles de años a segundos. La computación cuántica está basada en las interacciones del mundo atómico, y tiene elementos como el bit cuántico, las compuertas cuánticas, los estados confusos, la teletransportación cuántica, el paralelismo cuántico y la criptografía cuántica.

Una arquitectura cuántica, muy aceptada entre los investigadores y orientada a ser compatible con las actuales arquitecturas, cuenta con memoria y una unidad de procesamiento aritmético/lógico, y con elementos cuánticos como la *teletransportadora de código y el planificador dinámico*.

Teletransportadora

La teletransportadora de código de memoria a ALU ofrece nuevos usos a la teletransportación cuántica convencional, proporcionando un mecanismo general para ejecutar operaciones de forma simultánea a la vez que se transportan los datos cuánticos. Esto se usa para corrección de errores en los codificadores de código de origen y destino. En ese momento, el emisor y el receptor ejecutan qubits lógicos equivalentes en la operación de teletransportación en cada terminal del par "enredado" (entangled).

Procesador dedicado

Un procesador clásico dedicado, el elemento principal del planificador dinámico, fue propuesto por Oskin et. al. (2001). Su funcionamiento comienza con la ejecución de un algoritmo de planificación dinámico, parte de operaciones cuánticas lógicas junto con construcciones clásicas de control de flujo y las traduce dinámicamente a operaciones individuales de qubits físicos. La definición de computadoras cuánticas con un mayor nivel de aceptación es la expuesta por Beth, acogida de forma positiva por la mayoría de la comunidad científica. Éste la concibe como un sistema de circuitos cuánticos que actúa en un espacio complejo 2^n *dimensional* de Hilbert, un espacio de estados. El cir-

cuito es una secuencia de conversiones unitarias seguido por una medición. Las conversiones, denominadas compuertas cuánticas, son controladas por una computadora convencional. El espacio de estados de una computadora cuántica posee una estructura similar a aquella de los espacios de un Vector Hermitiano. Esto permite la superposición simultánea de estados básicos ortogonales (los cuales corresponden a estados clásicos "0" y "1") con posibilidad de interferencia constructiva y destructiva entre diferentes rutas de computación. Este principio permite el uso de los estados entrelazados.

4.3 Fundamentos de la computación cuántica

En la computación tradicional, un bit es la mínima unidad de información. Para representarlo se utiliza la ausencia o la presencia de miles de millones de electrones en un diminuto transistor de silicio (Oskin, et. al., 2001). Los qubits pueden representar cuatro números a la vez, siendo que la lógica binaria sólo permite un “1” o un “0” para un solo bit. Esto definitivamente implica una duplicación, por así decirlo, de la capacidad de procesamiento no sólo de las memorias o dispositivos de almacenamiento secundario; sino además en todos los demás componentes de un sistema informático como pueden ser: microprocesadores, tarjetas de video, de sonido, etcétera. La computación cuántica pretende utilizar un principio básico de la mecánica cuántica por el cual todas las partículas subatómicas (protones, neutrones, electrones, etcétera), tienen una propiedad asociada llamada spin.

Spin

El *spin* (giro, girar) se refiere a una propiedad física de las partículas subatómicas, por la cual toda partícula elemental tiene un momento angular intrínseco de valor fijo. Eso implica que cualquier observador al hacer una medida del momento angular detectará inevitablemente que la partícula posee un momento angular intrínseco total, difiriendo observadores diferentes sólo sobre la dirección de dicho momento, y no sobre su valor.

Se trata de una propiedad intrínseca de la partícula como lo es la masa o la carga eléctrica. El spin fue introducido en 1925 por Ralph Kronig e, independientemente, por George Uhlenbeck y Samuel Goudsmit. Los dos físicos, Goudsmit y Uhlenbeck, descubrieron que, si bien la teoría cuántica de la época no podía explicar algunas propiedades de los espectros atómicos, añadiendo un número cuántico adicional, el spin, sí lograba dar una explicación más completa de los espectros atómicos.

Pronto, el concepto de spin se amplió a todas las partículas subatómicas, incluidos los protones, los neutrones y las antipartículas.

El spin proporciona una medida del momento angular intrínseco de toda partícula. En contraste con la mecánica clásica, donde el

momento angular se asocia con la rotación de un objeto extenso, el spin es un fenómeno exclusivamente cuántico, que no se puede relacionar de forma directa con una rotación en el espacio. Existe una relación directa entre el spin de una partícula y la estadística que obedece en un sistema colectivo de muchas de ellas. Esta relación, conocida empíricamente, es demostrable en la teoría cuántica de campos relativistas.

El *spin* se asocia con el movimiento de rotación de la partícula alrededor de un eje. Esta rotación puede ser realizada en un sentido, o el opuesto. Si por ejemplo se toma como bit al spin de un protón, puede usarse una dirección como "1" y otra como "0". Estos bits, tomados a partir del spin de las partículas son los que han recibido el nombre de qubits (bits cuánticos). Sin embargo, en la Mecánica Cuántica el estado de una partícula se determina a través de la asignación de una probabilidad, no se puede hablar de un estado "1" o "0" lógicos claramente determinado. Esta aparente ambigüedad tiene una ventaja que convierte a la computación cuántica en un desarrollo revolucionario: La lógica de un bit es uno u otro, mientras que un qubit entraña el concepto ambos a la vez.

En conclusión, la computadora cuántica se basa en un procesamiento paralelo que por medio de superposición de estados, aprovecha la ventaja de los átomos, electrones entre otros elementos que poseen la virtud de estar en varios estados al mismo tiempo. Ésta utiliza un principio básico de la Mecánica Cuántica, por el cual todas las partículas subatómicas tienen una propiedad asociada llamada spin. Éste se asocia con el movimiento de rotación de la partícula alrededor de un eje. Esta rotación puede ser realizada en un sentido, o el opuesto. Por lo tanto, se puede tomar cierto sentido "1" y el opuesto "0", es decir, conllevando a llamarlos qubits.

Una computadora cuántica funcionaría asociando el conocido carácter discreto del procesamiento de información digital (esto es, los bits) con el extraño carácter de la Mecánica Cuántica (niveles finitos de energía, estados atómicos discretos). Así, una hilera de átomos de hidrógeno podría alojar qubits igual de bien que alojan bits una serie de condensadores. Un átomo en estado fundamental electrónico (el menor estado discreto de energía) podría ser la codificación de un "0", y en estado excitado un "1". Pero para que tal sistema cuántico pueda funcionar como una computadora, no se debe limitar a almacenar qubits, sino que quien la maneje ha de ser capaz de introducir información en el sistema, ha de procesar tal información mediante manipulaciones lógicas simples, y ha de poder devolver la información procesada: en conclusión, han de poder leer, escribir y efectuar operaciones aritméticas.

La superposición cuántica permite que un registro que contiene M qubits pueda representar 2^M valores simultáneos. Al realizar un cálculo utilizando este registro se producen todos los resultados posibles para los 2^M valores de entrada, obteniendo así un paralelismo exponencial. Sin embargo, para leer los resultados de

un cálculo, los qubits deben ser medidos. Esta medida hace que el *qubit* tome un valor particular y se destruya el estado paralelo (decoherencia).

El desafío es entonces inventar cálculos cuánticos donde una propiedad pueda derivarse del estado paralelo en un tiempo no exponencial antes de realizar una medida.

4.4 Elementos básicos de la computación cuántica

Actividades para el lector
Consulte en página web de Alfaomega, el video
"Experimento: Doble Ranura Cuántica."

El bit cuántico (qubit)

El elemento básico de la computación cuántica es el bit cuántico o qubit (*quantum bit),* un qubit representa ambos estados simultáneamente, un "0" y un "1" lógicos, dos estados ortogonales de una subpartícula atómica, Fig. 4.2.

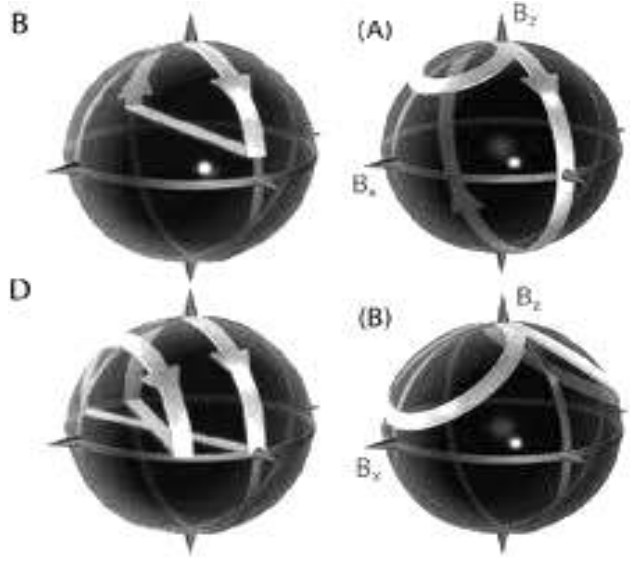


Fig. 4.2 Representación de cuatro estados diferentes de un *qubit*.

El estado de un *qubit* se puede escribir como $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, describiendo su múltiple estado simultáneo. Un vector de dos qubits, representa de manera simultánea, los estados 00, 01, 10 y 11; un vector de tres qubits, representa simultáneamente, los estados 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 y 111; y así en forma sucesiva. Es decir, un vector de "n" qubits, representa a la vez 2^n estados.

4.5 Efectos de la computación cuántica

La computación cuántica tiene básicamente dos efectos en la tecnología de las computadoras:

- A nivel de la arquitectura del sistema (*hardware*).
- A nivel de los algoritmos utilizados.

En términos de la arquitectura del sistema (*hardware*), a medida que la información pase a ser representada por unas cuantas partículas subatómicas (a diferencia de cómo se representa ahora, mediante una gran cantidad de éstas a través de los diferenciales de voltaje en los componentes de la computadora), los dispositivos deberán de reconocer los fenómenos cuánticos, como por ejemplo: las partículas pueden tener varios estados atómicos a la vez (niveles de energía), pueden atravesar barreras aparentemente infranqueables, pueden seguir varias rutas a la vez, etcétera.

En relación con los algoritmos (procedimientos matemáticos para resolver problemas), la computación cuántica abre posibilidades antes no imaginadas: disminuciones exponenciales en el tiempo de procesamiento, y la realización de operaciones en paralelo sin la necesidad de agregar procesadores a la máquina.

4.6 Algunos problemas de implementación de la computación cuántica

Diseñar y construir un qubit que funcione puede resultar una tarea difícil y complicada. Se ha hecho ya con iones atrapados entre campos magnéticos, que se leen con un láser especialmente calibrado para que la luz tenga cierta frecuencia y longitud de onda. Con esta técnica se puede apuntar el láser a un ion particular y leer su estado, que como se dijo antes, en ese momento deja la superposición y se colapsa a un único valor.

El verdadero problema es agregar más *qubits* y hacer que funcionen juntos por enmarañamiento. Al agregar más *qubits*, más iones por ejemplo, se enfrentan problemas difíciles de resolver. Es necesario aislarlos de cualquier influencia externa para evitar que se produzca una decoherencia, es decir, una lectura del estado del qubit que le obliga a abandonar la superposición y colapsar a un único estado, lo que significaría el fin de ese ciclo de computaciones cuánticas. La coherencia significa, en este contexto, mantener los estados de superposición de las partículas involucradas y para lograrlo hay que evitar cualquier interacción con el entorno, como la que podría darse por choques de átomos vagando por el lugar o algunas formas de radiación. Al mismo tiempo debe implementarse un método de carga de entradas y lectura de resultados. Ambas cosas implican una interacción del entorno con la computadora. Es difícil mantener un balance entre aislamiento e interacción. Ahora se ha visto que hay sistemas experimentales, que sólo se acercan a "computadoras cuánticas" de unos cuantos *qubits*. Estos sistemas no se pueden llamar con propiedad computadoras cuánticas, dado que no son lo suficientemente versátiles; son más bien *Procesadores de Información Cuántica.*

¿Se Llegará a disponer algún día de verdaderas computadoras cuánticas de miles o millones de *qubits*? El problema radica en la descripción de la computadora cuántica universal que hemos dado con anterioridad. El cuarto punto es físicamente imposible. No hay nada que sea una compuerta cuántica perfecta, ni hay ninguna manera de disponer de un sistema totalmente aislado. El problema es que por lo mismo que una compuerta cuántica aprovecha la correlación entre diferentes qubits para llevar a cabo el cálculo, estos qubits también estarán correlacionados con otros qubits del entorno que no pertenezcan al sistema, interfiriendo así los cálculos. Esto se conoce como decoherencia. Es muy complicado encontrar un sistema con un factor de decoherencia menor que una parte por millón cada vez que actúa una puerta. Esto significa que la decoherencia al factorizar, por ejemplo, un número de 130 dígitos es 107 veces superior al máximo tolerable para llevar a cabo el cálculo.

Las computadoras clásicas son fiables no porque sean perfectas, sino porque son inmunes al ruido. La estabilidad de un dispositivo clásico se basa en una combinación de amplificación y disipación.

Usan una amplificación para pasar de un estado a otro, y después, para estabilizarse en otra posición disipan la energía en forma, normalmente, de calor. Dos ejemplos: un interruptor mecánico y un biestable (circuito lógico básico que almacena un bit). En el interruptor la amplificación la da, normalmente, un muelle o similar, de tal forma que hasta que no le den una cierta energía, el interruptor no varía, pero si lo llega a hacer, dispone de más energía que la que le hace falta para cambiar de estado. Los transistores biestables hacen este trabajo.

En cuanto a la disipación, en el caso del interruptor, una vez que ha cambiado de estado hay un shock muy inelástico que disipa la energía en forma de calor y sonido. Si no, el interruptor iría saltando de un estado a otro. Para el biestable, hay unas resistencias que disipan la energía sobrante en forma de calor. Sin embargo, estos métodos no nos sirven para las computadoras cuánticas. El teorema de no duplicación implica que la amplificación de estados cuánticos desconocidos es imposible, y la disipación es incompatible con la evolución unitaria.

Estas consideraciones han llevado a la aceptación general de que las reglas de la mecánica cuántica juegan contra la estabilidad de una computadora cuántica y que ésta no podrá funcionar nunca eficientemente. Sin embargo, podemos usar los mismos principios de corrección de errores que ya se usan en la teoría de la información clásica. Así nace la Corrección de Errores Cuánticos (QEC: *Quantical Error Correction*).

La QEC usa unos circuitos especiales, que durante los primeros estados de la investigación no se sabía si habían de ser necesariamente perfectos. Con posterioridad se encontraron redes correctoras de errores que eran tolerantes a los errores, o sea, circuitos que corregían más errores de los que introducían con su presencia. Estos circuitos tienen la ventaja de que permiten computadoras cuánticas de tamaño arbitrariamente grande, siempre y cuando se esté dispuesto a

perder una parte del espacio disponible para los circuitos correctores, evidentemente. De manera reciente se han estimado los requerimientos para una computación cuántica fiable mediante una QEC tolerante a errores. Son muy altos, pero viables. Por ejemplo, una computadora cuántica útil (que pueda efectuar cálculos por encima de cualquier computadora clásica) requeriría de un orden de 1 000 qubits y 1 010 puertas. El efecto lateral sería que se necesitaría una computadora de 10 a 100 veces más grande.

La corrección del error cuántica se usa en la computación cuántica para proteger la información cuántica de los errores debido a la decoherencia y otro ruido cuántico. La corrección del error cuántico es esencial si uno quiere lograr un margen tolerante que no sólo puede tratarse del ruido en la información cuántica guardada, pero también con las cercas cuánticas defectuosas, preparación cuántica defectuosa, y las dimensiones defectuosas. La corrección del error clásica emplea la redundancia. La manera más simple es guardar la información de los tiempos múltiples, y si estas copias se encuentran después de discrepar, sólo toma un voto de la mayoría; por ejemplo, supóngase que se copia un bit tres veces.

Supone más allá que un error ruidoso adulterando el estado de los tres bits para que un bit sea igual a poner cero, pero en los otros dos son iguales a uno. Nosotros también asumimos que esos errores ruidosos son independientes y ocurren con alguna probabilidad, lo que es más probable es que el error es un error de un bit y el mensaje transmitido es tres. Es posible que un error del doble bit ocurra y el mensaje transmitido sea igual a tres ceros, pero este resultado es el resultado anterior. Copiando la información cuántica no es posible dudar del teorema de ningún clonando. Este teorema parece presentar un obstáculo al formular una teoría de corrección del error cuántico. Pero es posible extender la información de un qubit hacia un estado muy enredado de varios (físico) *qubits*. Peter Shor (1994) descubrió este método de formular un error cuántico que corrige el código guardando la información de un qubit hacia un estado muy enredado de nueve primeros *qubits*. Un error cuántico que corrige el código protege la información cuántica contra los errores de una forma limitada.

El error clásico que corrige los códigos usa una medida del síndrome para diagnosticar qué error adultera un estado puesto en código. Nosotros invertimos un error aplicando un funcionamiento correctivo basado en el síndrome. La corrección del error cuántico también emplea las dimensiones del síndrome. Nosotros realizamos un *multiqubit,* medida que no perturba la información cuántica en el estado puesto en código, pero recupera la información sobre el error. Una medida del síndrome puede determinar si un *qubit* ha estado corrompido, y en ese caso, cuál. Lo que es más, el resultado de este funcionamiento (el síndrome) no sólo nos dice qué qubit físico era afectado, sino también en qué de varias posibles maneras era afectado. El último es al principio contador intuitivo de vista: Desde que el ruido es arbitrario, ¿cómo el efecto de ruido puede ser uno de sólo pocas posibilidades distintas? En la mayoría de los códigos, el efecto es o un trozo del bit, o una señal de la fase del trozo de bit, o ambos (correspondiendo a la Matriz de Pauli X, Z y Y).

La razón es que la medida del síndrome tiene el efecto descriptivo de una medida cuántica. Así, aun cuando el error debido al ruido era arbitrario, puede expresarse como una superposición de base funcional, la base del error (que se da aquí por la Matriz de Pauli).

La medida del síndrome obliga al *qubit* a decidir para un cierto error de Pauli específico para haber pasado, y el síndrome nos dice qué, para que nosotros podamos permitir el mismo acto operador de Pauli en el qubit corrompido para revertir el efecto del error. La medida del síndrome de corrección del error dice tanto como le es posible sobre el error que ha pasado, pero nada dice en absoluto sobre el valor en que se guarda el qubit lógico, como otra parte de la medida de la superposición cuántica de este qubit lógico, que se destruiría con otros qubits en la computadora cuántica.

4.7 La Esfera de Bloch

En Mecánica Cuántica, la Esfera de Bloch (véase la Fig. 4.3) es una representación geométrica del espacio de estados puros de un sistema cuántico de dos niveles. Su nombre alude al físico suizo Felix Bloch. Por extensión, también suele llamarse Esfera de Bloch al conjunto de estados puros de sistema físico de un número finito arbitrario de niveles. Geométricamente, la Esfera de Bloch puede ser representada por una esfera de radio en R^3. En esta representación, cada punto de la superficie de la esfera corresponde unívocamente a un estado puro del Espacio de Hilbert de dimensión compleja 2 que caracteriza un sistema cuántico de dos niveles.

Concepto de Espacio de Hilbert

En Matemáticas, el concepto de "Espacio de Hilbert" es una generalización del concepto de espacio euclídeo. Esta generalización permite que nociones y técnicas algebraicas y geométricas aplicables a espacios de dimensiones dos y tres se extiendan a espacios de dimensión arbitraria, incluyendo a espacios de dimensión infinita. Ejemplos de tales nociones y técnicas son la de ángulo entre vectores, ortogonalidad de vectores, el Teorema de Pitágoras, proyección ortogonal, distancia entre vectores y convergencia de una sucesión. El nombre dado a estos espacios es en honor al matemático David Hilbert quien los utilizó en su estudio de las ecuaciones integrales. Más formalmente, se define como un espacio de producto interior que es completo con respecto a la norma vectorial definida por el producto interior. Los Espacios de Hilbert sirven para clarificar y para generalizar el concepto de Series de Fourier, ciertas transformaciones lineales tales como la Transformación de Fourier, y son de importancia crucial en la formulación matemática de la mecánica cuántica. Los espacios de Hilbert y sus propiedades se estudian dentro del análisis funcional.

Cada par de puntos diametralmente opuestos sobre la Esfera de Bloch corresponde a dos estados ortonormales en el Espacio de Hilbert, pues la distancia entre éstos es 2, lo que de inmediato implica ortogonalidad. Como consecuencia forman una base del mismo. Tales estados resultan ser autovectores de la proyección del operador de spin 1/2 sobre la dirección que determinan los dos puntos. Dicho operador se expresa empleando las matrices de Pauli, y todo sistema cuántico de dos niveles puede equipararse al caso de spin 1/2.

El punto de coordenadas cartesianas (0, 0, 1) corresponde al autovector con autovalor positivo de la matriz de Pauli σ_z, mientras que el punto opuesto (0, 0, −1) corresponde al autovector con autovalor negativo. En la terminología de computación cuántica, empleada al tratar los *qubits*, ambos estados se designan por $|0\rangle$ y $|1\rangle$ respectivamente. Estos estados en terminología de spin 1/2 pueden designarse por $|+\rangle$ y $|-\rangle$, o "spin arriba" y "spin abajo". Lo dicho para los puntos sobre el eje Z vale para los otros ejes empleando en cada caso la Matriz de Pauli correspondiente.

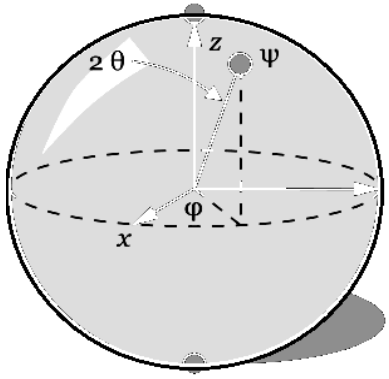


Fig. 4.3 Esfera de Bloch.

Uno de los usos de la Esfera de Bloch es el de visualizar la acción de diferentes puertas lógicas en computación cuántica, o la evolución temporal del estado de un sistema de dos niveles descrito por un Hamiltoniano, como al estudiar los pulsos empleados en resonancia magnética nuclear. En ambos casos se debe estudiar la acción de una Matriz Unitaria [2 2], que siempre se puede descomponer como producto de operadores de rotación.

En el formalismo de la mecánica cuántica

El estado físico del sistema puede ser caracterizado por un vector en un Espacio de Hilbert de dimensión infinita (lo cual permite expresar cualquier estado físico por una secuencia contable de vectores, ponderados por sus amplitudes de probabilidades respectivas). Las magnitudes físicas observables

son descritas, entonces, por operadores autoadjuntos que actúan sobre este vector (o sobre estos vectores). Los resultados posibles de una medida sobre un estado y las probabilidades con las que aparecen pueden calcularse a partir del vector que representa el estado y los vectores propios del operador autoadjunto que representa la magnitud.

Un operador de rotación se define por un eje y un ángulo de giro. La acción de un operador de rotación sobre el estado cuántico se traduce, en lo que se refiere al punto asociado, al estado sobre la Esfera de Bloch, en una rotación del punto respecto al eje de rotación en el ángulo de giro.

4.8 *Hardware* para la computación cuántica

La computadora cuántica es la tecnología para la próxima generación de computación, principalmente porque los poderes computacionales de este tipo de máquinas, excede por mucho el de las computadoras convencionales. Por ejemplo, una computadora cuántica podría determinar todos los factores de un número de 300 dígitos rápidamente, un hecho que incluso es imposible para las supercomputadoras de todo el mundo combinadas.

A pesar del dinero invertido y del trabajo de la sociedad, las universidades y la investigación institucional, algunos grupos como IBM, Hewlett Packard y el Instituto Nacional de Normas y Tecnología (NIST) para nombrar la informática cuántica, ésta aún ha permanecido principalmente en los laboratorios.

Recientemente, sin embargo, investigadores en la Universidad de Michigan han empujado la informática cuántica más cerca al mundo real con la fabricación de un componente importante, una "trampa del iones" en un semiconductor común. Esta trampa de iones es tan importante porque puede organizar un bit cuántico, o qubit, el elemento fundamental en la informática cuántica. El adelanto hace pensar que de alguna manera, la arquitectura (hardware) para la informática cuántica podría fabricarse en serie. La trampa de iones permite seleccionar y fragmentar moléculas específicas, dentro de un espectro general.

La Fig. 4.4 muestra una fotografía de una trampa de iones. Ésta se sitúa sobre una de las tapas de una cámara de ultra alto vacío. Se pueden observar los electrodos de la trampa colocados en el centro y, a cada uno de los lados, se sitúan las lentes de apertura alta, las que sirven para recolectar los fotones provenientes de los iones atrapados. Dichas lentes van montadas encima de unas columnas de translación XYZ, las cuales se pueden mover con precisión de nanómetros, es decir, se pueden alinear finamente cuando la cámara de vacío está cerrada.

Antes de introducir todo el bloque en dicha cámara de vacío se trabaja en la alineación preliminar. Esta alineación se prueba con un láser de color rojo que se envía a través de las lentes mencionadas. El láser se puede ver gracias a que durante el gran tiempo de exposición de la fotografía, se pasa un trozo de papel por el haz, haciéndolo visible para la cámara fotográfica.

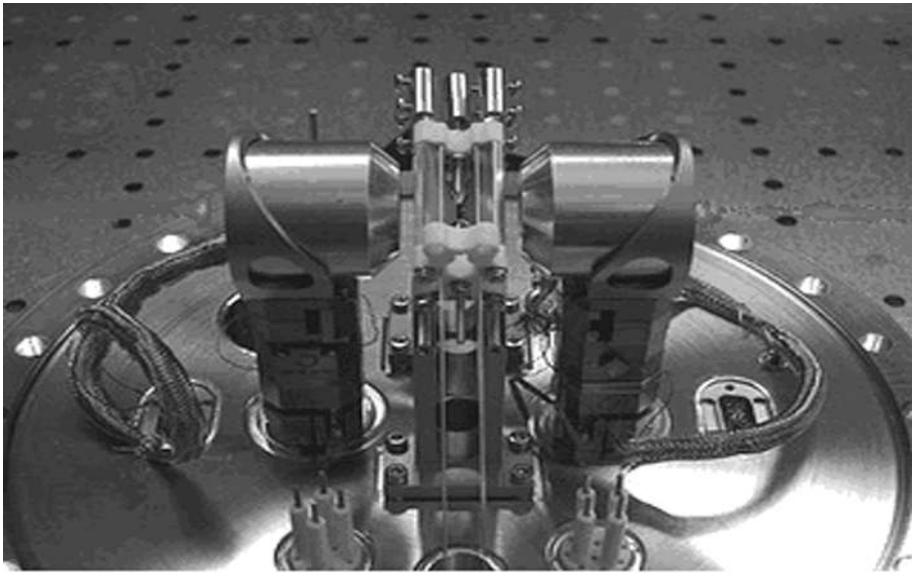


Fig. 4.4 Fotografía de una trampa de iones.

Junto con un manojo pequeño de otros grupos de la investigación por el mundo, estamos trabajando para ver cómo la tecnología de trampa de iones pueda empujarse, dice Christopher Monroe, profesor de Física en la Universidad de Michigan en el Ann Arbor, y líder del estudio de la trampa de iones.

La tecnología de la trampa de iones usa los campos eléctricos y magnéticos para aislar una partícula cobrada de su ambiente (un requisito previo para aprovechar las propiedades cuánticas del electrón). Aunque la trampa de iones es simplemente una tecnología por construir para la computadora cuántica, esto tiene una historia más larga (la primera trampa se construyó en el Laboratorio de Monroe en 1995) y hasta ahora se ha adelantado bastante. Todo el cómputo cuántico se aprovecha de la naturaleza cuántica del giro de un electrón o la polaridad de un fotón. La teoría cuántica dicta que hasta que estas propiedades realmente se observen, éstas son indeterminadas: el giro de un electrón, por ejemplo, puede ser hacia arriba o hacia abajo, o una combinación de los dos.

Por consiguiente, en una computadora cuántica, el giro de un electrón puede representar un “1” o un “0” o un “1” y un “0” simultáneamente; mientras se esté formando un qubit. Sólo cuando el giro del electrón se observa, nominalmente después de que un cómputo está completo, hace un qubit corresponder a un valor definitivo de “1” o “0”. Porque los qubits computan con ambos valores en seguida, el poder del proceso de una computadora cuántica dobla con cada qubit adicional: dos qubits pueden hacer el trabajo de cuatro bits convencionales; tres *qubits*, el trabajo de ocho, y así sucesivamente.

Pero las trampas de iones son difíciles de fabricar, sin embargo, el equipo de Monroe construyó su chip fuera de capas aislantes de aleaciones de aluminio, galio y arseniuro, con las capas del semiconductor de galio y arseniuro, todo fácil de depositar en un chip que usa un proceso convencional de fabricación que en su momento llamaron epitaxio (epitaxial) del rayo molecular. Ellos grabaron un agujero en el chip y formaron un juego de electrodos que se destacan encima del agujero.

Los circuitos integrados (*chips*) se ponen en el vacío, y entonces se inyecta dicho vacío con un vapor de iones de cadmio. Cuando los voltajes apropiados se aplican a los electrodos, un ion del cadmio con un electrón libre se entrampa, mientras flotan entre las muescas sobre el agujero grabado. Para usar el electrón libre del átomo realmente para el cómputo, Monroe explica, el ion debe sondearse por una viga del láser que lee el estado del giro del electrón. El desafío era simplemente una cuestión de conseguir la combinación correcta de parámetros, como los voltajes del electrodo y las longitudes de onda del láser.

Estas primeras figuras de chips de trampa de iones son un mapa de la carretera de la informática cuántica que Monroe, David Kielpinski de MIT, y David J. Wineland de NIST publicaron en la Revista Nature en 2002. Su plan previo es que una computadora cuántica de gran potencia, use el ion múltiple entrampado en un circuito integrado. *El truco es tomar una sola trampa del ion, eso se entiende razonablemente bien y hacer más de ellos*, dice Bruce Kane físico de la Universidad de Maryland que está trabajando en una computadora cuántica basada en silicón. Las trampas múltiples puestas en un solo chip presenta dificultades, Kane dice que porque el número de trampas aumenta y se pone más difícil para un láser leer el estado de un electrón individual, sin interferir con el estado de otros electrones.

A pesar de estos desafíos, Carl Williams, coordinador en el NIST del Programa de Información Cuántica, dice: *La investigación de Michigan es otro paso adelante, otro adelanto en la informática cuántica. Ellos han usado técnicas de fabricación innovadoras para diseñar las trampas mucho más complicadas para que puedan construir realmente una computadora cuántica, y eso es un resultado importante.* Para la que la computación cuántica sea realmente útil en la criptografía, los ingenieros necesitarán construir aproximadamente 10 000 *qubits* para las computadoras cuánticas, el número exigió factorizar un número de 100 dígitos, explica Kane. Como el número de las trampas aumenta, otras aplicaciones potencialmente útiles para los chips cuánticos pueden aparecer incluso antes.

4.9 *Software* para una computación cuántica

Dado que el tratamiento de la información cuántica es notablemente distinto del que se hace actualmente, se necesitan algunas herramientas para construir los programas cuánticos. Se requieren tres ingredientes básicos en el software cuántico. En primer lugar un conjunto apropiado de puertas. Análogamente a las computadoras clásicas, puede representarse la evolución de los programas cuánticos mediante circuitos formados por puertas cuánticas que realizan las operaciones sobre los qubits. En 1989 Deutsch describió los circuitos cuánticos

formados por compuertas cuánticas conectadas mediante hilos, demostrando que existía una compuerta cuántica universal y reversible análoga a la compuerta clásica de Toffoli. La Compuerta de Toffoli es una compuerta controlada con entradas *a, b* y c, tal que la entrada c cambia de valor si las primeras 2 entradas son 1. Se puede interpretar como un CNOT con 2 qubits de control, su tabla de verdad es la siguiente:

a	b	c	a'	b'	c'
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0

Su matriz de transición está dada por:

1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0

Una forma de obtener puertas cuánticas es la cuantización de las puertas clásicas, que pasa por reinterpretar los bits como *qubits*. El propósito de los hilos es transmitir estados cuánticos de una a otra puerta y su forma concreta dependerá de las realizaciones tecnológicas concretas de los *qubits.* Se puede demostrar que el conjunto de puertas cuánticas que afectan a un sólo qubit, conjuntamente con las puertas llamadas control-not (que afectan a dos qubits), forman un conjunto universal con las que se puede construir cualquier programa cuántico.

El segundo ingrediente para el software cuántico son los algoritmos. A pesar del esfuerzo que se ha dedicado a la obtención de algoritmos que aprovechen el comportamiento cuántico, en la actualidad, su número es reducido. Ya se ha mencionado que aunque mediante superposiciones apropiadas, es posible manejar un número exponencial de estados, eso no supone que esta información esté disponible. Para acceder a esa información debemos medir sobre el estado colapsándolo, y la información se pierde casi en su totalidad. Para aprovechar los aspectos cuánticos, debemos combinar la posibilidad del paralelismo cuántico con la interferencia.

En 1994 Peter Shor puso a punto el primer algoritmo de interés práctico, ya que logró plantear un algoritmo eficaz para la factorización usando los recursos de una computadora cuántica. La importancia de esta posibilidad radica en que la dificultad de la factorización está en la base de los códigos criptográficos actuales muy usados en todo tipo de transacciones bancarias o en secretos militares. Romper estos códigos significaría acceder a una gran cantidad de información, al mismo tiempo que destrozar estas claves. Hughes ha analizado las previsiones de factorización de números, comparando los resultados de un conjunto de 1 000 estaciones de trabajo con los de una computadora cuántica. Por ejemplo, para factorizar un número de 1 024 bits se tardarían unos 100 000 años (en el año 2010) mientras que en una computadora cuántica se tardarían ¡4.5 minutos!

El tercer ingrediente del software cuántico es disponer de métodos apropiados para controlar los posibles errores. Quizás es éste uno de los mayores problemas en el momento de construir una computadora. Estos errores provienen de la inexorable interacción del ordenador con su entorno, proceso denominado decoherencia.

Durante algún tiempo se pensó que no podían existir métodos para el control de errores cuánticos, debido a varios hechos: a que los errores cuánticos son analógicos; no se pueden usar métodos típicamente clásicos en su corrección y a que cualquier medida conduce a una pérdida irreversible de información. Afortunadamente, dos contribuciones en 1995 (ahora ya clásicas) debidas a Shor y Steane, han cambiado este panorama. Estos autores han mostrado cómo es posible contener los errores mediante códigos cuánticos correctores de errores. Estos códigos detectan y corrigen estos errores, usando complejas técnicas cuánticas.

4.10 Algoritmos

La comunidad científica dedicada a investigar tópicos en el ámbito de la computación cuántica, ha logrado enormes avances teóricos, al demostrar que es posible reducir drásticamente los recursos computacionales requeridos en la ejecución de algoritmos. Algunos de esos algoritmos requieren un inmenso poder de cómputo, aun en las computadoras más avanzadas de la actualidad. (Véase la Fig. 4.5). Algunos algoritmos matemáticos como la búsqueda de los factores de números primos, algoritmos de manejo de información como la búsqueda en bases de datos no ordenadas, han sido teóricamente desarrollados con mucho éxito, utilizando los fundamentos de la computación cuántica. Hay tres clases de algoritmos cuánticos con ventajas sobre los clásicos:

1. Basados en la Transformada de Fourier Cuántica (TFQ).
2. Algoritmos de búsqueda.
3. Simulación cuántica.

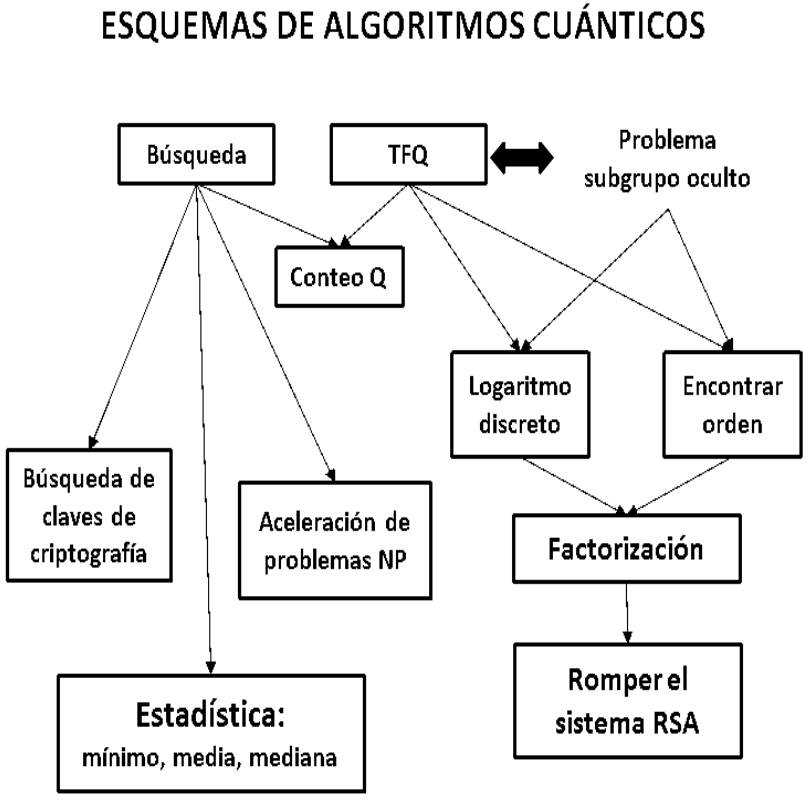


Fig. 4.5. Descripción de un esquema de un algoritmo cuántico TFQ.

Algoritmos basados en la TFQ

- La TFQ aparece de manera natural en mecánica cuántica.
  - Es un operador unitario.
  - Puede describirse fácilmente como circuito cuántico.
  - Transforma una base particular de estados en la base estándar.
  - Basada en la teoría de grupos finitos.
- Aparece en la mayoría de los algoritmos de QC.
  - Problemas de Deutsch (1992) y de Simon (1994).
  - Algoritmos de factorización de Shor (1994) y de Kitaev [en Shor, 1994].
  - Algoritmo de búsqueda de Grover (1996).
  - Códigos correctores de errores cuánticos de Shor (1994) y de Steane [en Shor, 1994].

4.11 Algoritmos de búsqueda

Problemas de búsqueda no estructurada**:** complejidad, para un espacio de medida *N:*

- En computadora clásica (N) pasos Aceleración
- En computadora cuántica ($\sqrt{N}$) pasos Cuadrática

- Muchos problemas pueden especificarse como un problema de búsqueda no estructurada:
  - Problemas de ordenación.
  - Búsqueda en una base datos.
  - Algoritmo de Grover (1996) y extensiones.
  - Algoritmo de Brassard y otros (1998).

Problemas de búsqueda estructurada:

- Se explota la información de la estructura del problema.
- Se pueden obtener heurísticas que consiguen una aceleración mayor que la cuadrática.
- Muchos problemas pueden especificarse como un problema de búsqueda estructurada:
  - Problema de satisfactibilidad.
  - Coloreado de grafos y otros NP-completos.
  - Problema de factorización de enteros.
  - Algoritmos de Hogg (1996, 1998, 1999, 2000 y 2001).

Simulación cuántica

- Primera y más obvia aplicación de la computación cuántica.
- Sistemas clásicos no simulan eficientemente la computación cuántica para representar un estado en un Espacio de Hilbert de dimensión 2^n.
- 2^n números complejos en computadoras clásicas.
- *n-qubit* en computadoras cuánticas.
- Aplicaciones importantes de la simulación Q:
  - Método general de aplicación para los algoritmos Q.
  - Química cuántica: simulación de moléculas grandes.

4.12 Algoritmo de Shor

El Algoritmo de Shor (1994) permite encontrar factores primos usando computadoras cuánticas, fue el primero que demostró un uso práctico y de gran interés para este tipo de computación. Una buena parte del trabajo de investigación actual en el campo consiste en desarrollar nuevos algoritmos. Lo que se busca es tomar un problema que se considera irresoluble, impracticable o simplemente, no apto para computadoras clásicas y crear una versión que pueda aprovechar las propiedades de superposición y enmarañamiento de las computadoras cuánticas (Shor, 1995).

Estos algoritmos tienen usualmente dos partes: una de computación clásica y otra de computación cuántica. En la primera las técnicas aplicables son las mismas que conocen buena parte de los estudiantes de ciencias de la computación o ingeniería en informática y sistemas. En la segunda se trabaja con los vectores de probabilidades y los estados que describen el sistema para obtener un resultado y puede ser bastante complicada de analizar y diseñar. El Algoritmo de Shor es usado para descomponer en factores un número N en tiempo $(\log N)^{3;}$ y en espacio (log N), así nombrado por Peter Shor (1994).

Muchas criptografías de clave pública, tales como RSA, llegarían a ser obsoletas si el Algoritmo de Shor (1994) es implementado alguna vez en una computadora cuántica práctica. Un mensaje cifrado con RSA puede ser descifrado descomponiendo en factores la clave pública N, que es el producto de dos números primos. Los algoritmos clásicos conocidos no pueden hacer esto en tiempo $O((\log N)^k)$ para ningún k, así que llegan a ser rápidamente imprácticos a medida que se aumenta *N.* Por el contrario, el Algoritmo de Shor (1994) puede romper RSA en tiempo polinómico.

También se ha ampliado para atacar muchas otras criptografías públicas. Como todos los algoritmos de computación cuántica, el Algoritmo de Shor es probabilístico: da la respuesta correcta con alta probabilidad, y la probabilidad de fallo puede ser disminuida repitiendo el algoritmo. El Algoritmo de Shor (1994) fue demostrado en 2001 por un grupo en IBM, que descompuso 15 en sus factores 3 y 5, usando una computadora cuántica con 7 *qubits*. El problema que intenta solucionar el Algoritmo de Shor es que, dado un número entero N, se intenta

encontrar otro número entero p entre 1 y *N* que divida *N*. El Algoritmo de Shor consiste en dos partes:

A) Una reducción del problema de descomponer en factores al problema de encontrar el orden, que se puede hacer en una computadora clásica.

B) Un algoritmo cuántico para solucionar el problema de encontrar el orden.

Para la obtención de factores a partir del periodo, los números enteros menores que N y coprimos, con N forman un grupo finito bajo una multiplicación por el módulo N, que se denota típicamente (Z/*N**Z). Para el final del paso se tiene un número entero a en este grupo. Puesto que el grupo es finito, **a** debe tener un orden finito r, el número entero positivo más pequeño tal que:

$$a^r \equiv 1 \bmod (N)$$

Número coprimo

Sean Z_a y Z_b los conjuntos de los múltiplos de *a* y *b*.

Za = {...—3a, —2a, —a, 0, a, 2a, 3a...} y lo mismo para Zb. Entonces: *a* y *b* son coprimos si y sólo si $Z_a + Z_b = Z$.

Este teorema es consecuencia directa de la identidad de Bézout:

a y *b* son coprimos si y sólo si existen dos enteros *u* y *v* tales que $(a*u)+(b*v)=1$.

En efecto, si se puede obtener 1 por combinación lineal de *a* y *b*, también se podrá obtener cualquier entero *n*, multiplicando por *n* los coeficientes u y v: $(a*u)+(b*v)=1$ da a·un + b·nv = n.

En los anillos cíclicos, bases del cálculo modular, *a* y *b* son coprimos cuando uno de ellos puede invertirse en el anillo del otro: *a* en $\mathbb{Z}_b$ y *b* en $\mathbb{Z}_a$. Esto permite simplificar equivalencias del tipo *bx* ≡ *by* mod *a*) en *x* ≡ *y* (mod *a*).

Otra consecuencia de la identidad de Bézout es el Teorema de Gauss: Si *a* y *b* son primos entre sí y *a* divide a un producto *bc*, entonces *a* divide a *c*.

Formalmente:

$$\left((a \wedge b = 1) \wedge a \mid bc\right) \Rightarrow a \mid c$$

Por lo tanto, $N \left| (a^r - 1) \right|$. Supóngase que se puede obtener ***r***, y es par. Entonces:

$$a^r - 1 = (a^{r/2} - 1)\ (a^{r/2} + 1) \equiv 0 \bmod N$$
$$N \left| (a^{r/2} - 1)\ (a^{r/2} + 1) \right.$$

donde: ***r*** es el número entero positivo *más pequeño* tal que $a^r \equiv 1$, así que N no puede dividir a $(a^{r/2} - 1)$. Si N tampoco divide $(a^{r/2} + 1)$, entonces N debe tener un factor común no trivial con $(a^{r/2} - 1)$ y $(a^{r/2} + 1)$.

Por simplicidad, denótese $(a^{r/2} - 1)$ y $(a^{r/2} + 1)$ u y v respectivamente. $N \mid uv$, luego $kN = uv$ para un cierto número entero k. Supóngase que el mcd $(u, N) = 1$; entonces $mu + nN = 1$ para ciertos números enteros m y n (ésta es una propiedad del máximo común divisor). Multiplicando ambos lados por v, se encuentra que $mkN + nvN = v$, luego $N \mid v$. Por lo tanto, mcd $(u, N) \neq 1$. Por un argumento similar, mcd $(v, N) \neq 1$.

Esto provee de una factorización de N. Si N es el producto de dos primos, ésta es la única factorización posible. Para encontrar el periodo de Shor, se basa radicalmente en la capacidad de una computadora cuántica de estar en muchos estados simultáneamente. Los físicos llaman a este comportamiento superposición cuántica. Para computar el periodo de una función f, se evalúa la función en todos los puntos simultáneamente.

Sin embargo, la Física Cuántica no permite que se tenga acceso a toda esta información directamente. Una medición cuántica dará solamente uno de todos los valores posibles, destruyendo todos los otros. Por lo tanto, se tiene que transformar cuidadosamente la superposición a otro estado que devuelva la respuesta correcta con una alta probablidad cuántica. Esto es alcanzado usando la "Transformada de Fourier Cuántica". Shor tuvo que solucionar así tres "problemas de implementación". Todos tuvieron que ser implementados "rápidos", que significa ejecutar con un número de puertas cuánticas que es polinómico en log$N$.

Problemas de implementación

1. Crear una superposición de estados. Esto puede hacerse aplicando las *Compuertas de Hadamard* [la *Compuerta de Hadamard* es sumamente útil para efectuar paralelismo cuántico, ya que al quedar en un estado superpuesto, cualquier algoritmo que se calcule sobre el resultado de la Compuerta de Hadamard se efectuará para todas las posibles configuraciones de entradas] a todos los *qubits* en el registro de entrada. Otro enfoque sería utilizar la "Transformada de Fourier Cuántica".

2. Implementar la función *f* como una transformada cuántica. Para alcanzar esto, Shor utilizó exponenciación por cuadrados para su transformación modular de la exponenciación.

3. Realizar una Transformada de Fourier Cuántica. Usando puertas controladas NOT y puertas de una sola rotación de *qubit*. Shor diseñó un circuito para la Transformada de Fourier Cuántica que usa exactamente $((\log N^2)$ puertas.

Después de todas estas transformaciones, una medición dará una aproximación al periodo **r.** Por simplicidad asuma que hay una y tal que yr/N es un número entero. Entonces la probabilidad de medir y es 1, nótese que:

$$e^{2\pi ibyr/N} = 1$$

Para todos los números enteros *b*. Por lo tanto, la suma que nos da la probabilidad de la medición *y* será *N/r* puesto que *b* toma aproximadamente *N/r* valores y así la probabilidad es 1*/r*. Hay *r*, *y* tales que *yr/N* es un número entero, luego la suma de las probabilidades es 1.

Peter Shor Willinstone
(1959–)
Es Bachelor of Science en Matemáticas, doctorado en Matemáticas Aplicadas por el MIT en 1985. Después de graduarse ocupó una posición postdoctoral en la Universidad de California en Berkeley, posteriormente aceptó un puesto en los Laboratorios Bell, donde desarrolló el algoritmo por el que fue galardonado con El Premio Nevanlinna en el XXIII Congreso Internacional de Matemáticos en 1998. Ha impartido cursos de matemáticas aplicadas en el MIT, es famoso por su trabajo en computación cuántica, en particular por elaborar el algoritmo que lleva su apellido (un algoritmo cuántico de factorización exponencialmente más rápido que el mejor algoritmo conocido actualmente que se ejecuta en computadoras clásicas). Principios de Matemática Aplicada. Quantum Information Science. Computación cuántica: Exposición de Matemáticas, 18 424: Seminario de Teoría de la Información y 18 434: Seminario en Theoretical Computer Science. Actualmente es profesor en el Departamento de Matemáticas en el MIT, que también está afiliado a CSAIL y al Centro de Física Teórica (CTP).

4.13 Algoritmo de Grover

El Algoritmo de Grover (1996) es un algoritmo cuántico para la búsqueda en una secuencia no ordenada de datos con N componentes en un tiempo O($N^{1/2}$),), y con una necesidad adicional de espacio de almacenamiento de O(log$N$). Fue desarrollado por Lov K. Grover en 1996.

En una búsqueda normal de un dato, si se tiene una secuencia desordenada se debe realizar una inspección lineal, que necesita un tiempo de O(N), por lo que el Algoritmo de Grover es una mejora bastante sustancial, evitando, además, la necesidad de la ordenación previa. La ganancia obtenida es "sólo" de la raíz cuadrada, lo que contrasta con otras mejoras de los algoritmos cuánticos que obtienen mejoras de orden exponencial sobre sus contrapartidas clásicas.

Al igual que otros algoritmos de naturaleza cuántica, el Algoritmo de Grover (1996) es un algoritmo de carácter probabilístico, por lo que produce la respuesta correcta con una determinada probabilidad de error, que, no obstante, puede obtenerse tan baja como se desee por medio de iteraciones. Aunque el propósito del algoritmo es, como ha sido indicado, la búsqueda en una secuencia, se podría describir de una manera más adecuada como la "inversión de una función".

Así, si tiene la función *y = f(x),* que puede ser evaluada en una computadora cuántica, este algoritmo nos permite calcular el valor de x cuando se nos da como entrada el valor de y. Invertir una función puede relacionarse con la búsqueda en una secuencia, si consideramos que la misma es una función que produce el valor de y como la posición ocupada por el valor x en dicha secuencia. El Algoritmo de Grover también se puede utilizar para el cálculo de la media y la mediana de un conjunto de números, y para resolver otros problemas de naturaleza análoga. Los pasos del Algoritmo de Grover son los siguientes:

1. Inicializar el sistema al estado:

$$|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_x |x\rangle$$

2. Realizar la siguiente iteración *r(N)* veces. Donde la función *r(N)* se describe más adelante.
3. Aplicar el operador U_ω.
4. Aplicar el operador:

$$U_s = 2|s\rangle\langle s| - I$$

5. Realizar la medida Ω. La medida corresponderá al valor $\lambda\omega$ con una cierta probabilidad que se puede aproximar a 1, para un cierto *N*>>1. A partir de $\lambda\omega$, se puede obtener ω.

Después de aplicar los dos operadores $(U_\omega$ y $U_s)$, la amplitud del elemento buscado se ve incrementado, y ésta es una iteración de Grover. Ahora considérese el plano definido por |s> y |ω>. Sea |ω*> (en donde el operador ω^* es el conjugado o valor complementario de ω) que es perpendicular a |ω>. Entonces |ω> es uno de los vectores base, y tiene:

$$\langle \omega | s \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

En términos geométricos, hay un ángulo $(\pi/2-\theta)$ entre |ω> y |s>, donde θ está dado por:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{1}{\sqrt{N}}$$

$$\text{sen } \theta = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

El operador U_ω es un reflejo del hiperplano ortogonal a |ω>; para los vectores en el plano definido por |s> y |ω>, además, actúa como un reflejo de la línea |ω*>. El operador U_s es un reflejo de la línea |s>.

Entonces, el vector de estado permanece en el plano de |s> y |ω> tras cada aplicación de U_s y tras cada aplicación de U_ω, y se puede comprobar que el operador U_sU_ω de cada paso de iteración rota el vector de estado en un ángulo de 2θ hacia |ω>.

El algoritmo se detendrá cuando el vector de estado se acerca a |ω>; tras esto, las siguientes iteraciones rotan el vector de estado *fuera* de |ω>, reduciendo así, la probabilidad de obtener la respuesta correcta. El número de iteraciones necesarias es dado por ***r***. Para alinear correctamente el vector de estado con |ω>, se necesita:

$$\frac{\pi}{2}-\theta = 2\theta r$$

$$r = \frac{\left(\frac{\pi}{\theta}-2\right)}{4}$$

Una consideración es que ***r*** debe ser entero, por lo que, en general, *r* será el entero más cercano a $(\pi/\theta-2)/4$. Entonces, el ángulo entre |ω> y el vector de

estado final es O (θ), y la probabilidad de obtener una respuesta incorrecta es O ($1 - \cos^2\theta$) = O ($\text{sen}^2\theta$).

Entonces, para $N>>1$, $\theta \approx N^{-1/2}$, se tiene que:

$$r \to \frac{\pi\sqrt{N}}{4}$$

Además, la probabilidad de obtener una respuesta incorrecta será "0" ($1/N$), que tiende a "0" para un valor de N suficientemente elevado.

4.14 Algoritmo de Deutsch-Jozsa

El Algoritmo de Deutsch-Jozsa (1992) es un algoritmo cuántico, propuesto por David Deutsch y Richard Jozsa en 1992. Fue uno de los primeros algoritmos diseñados para ejecutar sobre una computadora cuántica y que tiene el potencial de ser más eficiente que los algoritmos clásicos al aprovechar el paralelismo inherente de los estados de superposición cuánticos.

En el problema de Deutsch-Jozsa se da una función cuántica (que en realidad es una caja negra) $f(x_1, x_2,..., x_n)$ que toma n bits de entrada $x_1, x_2,..., x_n$ y devuelve un valor binario $f(x_1, x_2,..., x_n)$. Se sabe que la función es constante ("0" en todas las entradas o "1" en todas las entradas) o balanceada (devuelve "1" para la mitad de las entradas y "0" para la otra mitad); el problema es entonces determinar cómo es la función (constante o balanceada) al aplicar entradas a la caja negra y observar su salida. Ésta es una versión del algoritmo para una función $f(x)$ de una sola entrada. Se utilizan dos *qubits* auxiliares en los cálculos. El bloque H es una Compuerta de Hadamard cuya operación es la siguiente:

$$H(|0\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$
$$H(|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

El bloque U_f realiza la operación siguiente:

$$U_f\left(|0\rangle|0\rangle\right) = |0\rangle|0 \oplus f(0)\rangle = |0\rangle|f(0)\rangle$$
$$U_f\left(|0\rangle|1\rangle\right) = |0\rangle|1 \oplus f(0)\rangle = |0\rangle|\overline{f(0)}\rangle$$
$$U_f\left(|1\rangle|0\rangle\right) = |1\rangle|0 \oplus f(1)\rangle = |1\rangle|f(1)\rangle$$

$$U_f\left(|1\rangle|1\rangle\right)=|1\rangle|1\oplus f(1)\rangle=|1\rangle\left|\overline{f(1)}\right\rangle$$

Además:

$$U_f\left(|0\rangle(|0\rangle-|1\rangle)\right)=|0\rangle\left|f(0)-\overline{f(0)}\right\rangle=|0\rangle\left|(-1)^{f(0)}\left(|0\rangle-|1\rangle\right)\right.$$

$$U_f\left(|1\rangle(|0\rangle-|1\rangle)\right)=|1\rangle\left|f(1)-\overline{f(1)}\right\rangle=|1\rangle\left|(-1)^{f(1)}\left(|0\rangle-|1\rangle\right)\right.$$

$$U_f\left(|x\rangle(|0\rangle-|1\rangle)\right)=|x\rangle\left|(-1)^{f(x)}\left(|0\rangle-|1\rangle\right)\right.$$

La entrada al circuito es:

$$|a\rangle=|0\rangle|1\rangle$$

que atraviesa dos Compuertas de Hadamard, obteniéndose:

$$|b\rangle=(1/2)(|0\rangle+|1\rangle)(|0\rangle-|1\rangle)$$

Esto atraviesa el bloque U_f obteniéndose:

$$|c\rangle=(1/2)\left\{|0\rangle\left|(-1)^{f(0)}\left(|0\rangle-|1\rangle\right)+|1\rangle\right|\left(-1\right)^{f(1)}\left(|0\rangle-|1\rangle\right)\right\}$$

Esta expresión puede escribirse como:

$$|c\rangle=\begin{cases}\pm\left(|0\rangle+|1\rangle\right)\left|\left(|0\rangle-|1\rangle\right)\right. & \text{si} \quad f(0)=f(1)\\ \pm\left(|0\rangle-|1\rangle\right)\left|\left(|0\rangle-|1\rangle\right)\right. & \text{si} \quad f(0)\neq f(1)\end{cases}$$

Al atravesar la última Compuerta de Hadamard se obtiene:

$$|d\rangle=\begin{cases}\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle\left(|0\rangle-|1\rangle\right) & \text{si} \quad f(0)=f(1)\\ \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle\left(|0\rangle-|1\rangle\right) & \text{si} \quad f(0)\neq f(1)\end{cases}$$

Puesto que si:

$$f(0) = f(1), f(0) \oplus f(1) = 0$$

y si:

$$f(0) \neq f(1), f(0) \oplus f(1) = 1$$

Se puede escribir:

$$\pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left| f(0) \oplus f(1) \right\rangle \left(|0\rangle - |1\rangle \right)$$

Éste es el resultado final midiendo el primer *qubit* de la ecuación, y se obtiene:

$$f(0) \oplus f(1)$$

Si resulta el valor "0", entonces la función *f(x)* es constante, mientras que si resulta 1, la función es balanceada. Ésta es la versión general del algoritmo para funciones *f(x)* de *n* entradas.

En este caso, la entrada al circuito es:

$$|a\rangle = |0\rangle^{\oplus n} |1\rangle$$

A continuación, de las Compuertas de Hadamard se obtiene:

$$|b\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

A la salida del bloque U_f se tiene:

$$|c\rangle = \sum_{x=0}^{2^n-1} \left| (-1)^{f(x)} |x\rangle \right\rangle \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

La última compuerta de Hadamard produce la siguiente salida:

$$|d\rangle = \sum_{z=0}^{2^n-1} \sum_{x=0}^{2^n-1} (-1)^{x \bullet z + f(x)} |z\rangle \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

Y por último, realizando la medición, obtenemos *z*. En el caso en que la función *f(x)* sea balanceada, las contribuciones para $(0,...,0)$ se cancelan y la medida de *z* debe dar una combinación distinta. Por el contrario, si *f(x)* es constante, se obtiene $(0,...,0)$ en la medida, pues el resto de las contribuciones se cancelan en este caso. Por consiguiente, comprobando si *z* es cero, o distinto de cero, se sabrá que la función es, respectivamente, constante o balanceada.

Sea $V=\{0,1\}$ el conjunto de valores de verdad clásicos. De las $2^2=4$ funciones booleanas $f:V\to V$ dos son constantes y las otras dos son equilibradas. Al nombrarlas se tiene que las funciones constantes son f_0 y f_3, y las equilibradas son f_1 y f_2. El propósito del Algoritmo de Deutsch-Jozsa es decidir, para una f dada, si acaso es constante o equilibrada utilizando un solo paso de cómputo.

Sea U_f una matriz permutación de orden $2^2\times 2^2$ tal que:

$$U_f\left(e_x\otimes e_z\right)=\left(e_z\otimes e_{\left(z+f(x)\right)\bmod 2}\right)$$

U_f es unitaria.

De hecho es muy similar al funcionamiento de la compuerta de negación controlada, salvo que en aquélla, la función f es propiamente la identidad. En la Tabla 4.1 se ilustra la acción de U_f refiriéndose solamente a los índices de vectores básicos.

(x,z)	$(x,(z+f(x)) \bmod 2)$
(0,0)	$(0,f(0))$
(0,1)	$(0,\overline{f(0)})$
(1,0)	$(1,f(1))$
(1,1)	$(1,\overline{f(1)})$

Tabla 4.1 Índices de vectores básicos de la función U_f.

Considerando el Operador de Hadamard H, hágase $H_2=H\otimes H.$ Primero se tiene:

$$H\left(e_0\right)=x_0=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(e_0+e_1\right) \quad \text{y}$$

$$H\left(e_0\right)=x_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(e_0-e_1\right)\in \mathrm{H}_1$$

y luego:

$$H_2\left(e_0\otimes e_1\right)=H\left(e_0\right)\otimes H\left(e_1\right)=x_0\otimes x_1.$$

Claramente:

$$x_0\otimes x_1=\frac{1}{2}\left(e_{00}-e_{01}+e_{10}-e_{11}\right)\in \mathrm{H}_2.$$

Por tanto, vale decir, al aplicar el algoritmo cuántico $H_2U_fH_2$ (nótese que se utiliza una notación algebraica: los operadores se aplican de derecha a izquierda), partiendo del vector básico $e_0\otimes e_1$ se obtiene un vector de la forma $\varepsilon e_s\otimes e_1$, donde $\varepsilon\in\{-1,1\}$ es un signo y S es una señal que indica si acaso f es o no equilibrada. En otras palabras, la respuesta S coincide con $f(0)\oplus f(1)$, donde $\oplus$ es la *disyunción excluyente*, XOR. La auscultación del valor S se realiza siguiendo el postulado de medición, y su valor está apareciendo leyendo sólo el primer *qubit*. Al efectuar la medición se elige al vector básico $e_s\otimes e_1$ con probabilidad $\varepsilon^2=1$.

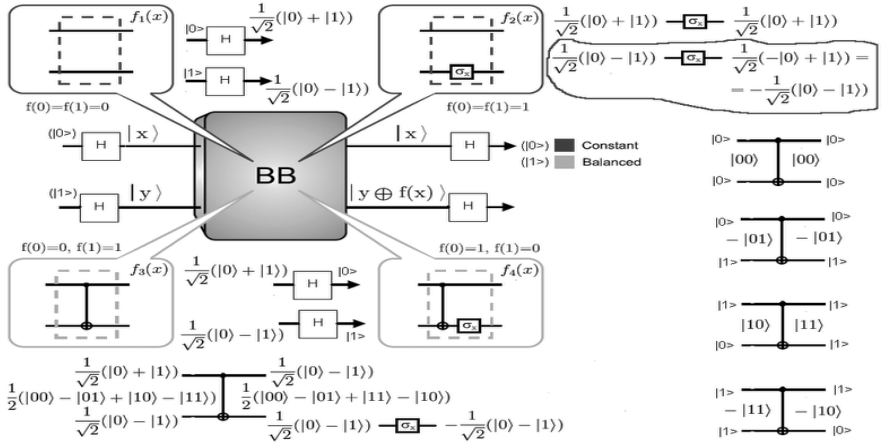


Fig. 4.6 Algoritmo de Deutsch-Jozsa a detalle.

David Deutsch (1953-)
Nació en 1953 en Haifa, Israel; es un físico de la Universidad de Oxford, miembro de la Royal Society. Es profesor visitante en el "Department of Atomic and Laser Physics" del "Centre for Quantum Computation", en el Clarendon Laboratory de Oxford. Fue pionero en el campo de la computación cuántica, al ser el primero en formular un Algoritmo Cuántico, y es uno de los formuladores de la teoría de los universos paralelos dentro de la Mecánica Cuántica. En su libro The Fabric of Reality (1997), su interpretación, o lo que él denomina la hipótesis del Multiverso, es una de las cuatro ramas de la teoría del todo.
Áreas de investigación

Richard Jozsa
Es titular de la Cátedra "Leigh Trapnell" en Física Cuántica en la Universidad de Cambridge. Es originario de Australia y reside actualmente en el Reino Unido de la Gran Bretaña. Su área de investigación es: La Ciencia de la Información Cuántica. Pionero de este campo, es el coautor del Algoritmo Cuántico de Deutsch-Jozsa y uno de los desarrolladores de la Teleportación Cuántica. Recibió su Doctorado en Matemáticas en la Universidad de Oxford por desarrollar la Teoría de los Tuistores. Ha colaborado en la Universidad de Bristol, la Universidad de Plymouth y la Université de Montréal.
Obtenido el 10/09/2011 de http://www.cambridge.university.edu

4.15 Computadora Cuántica de Benioff

La Computadora Cuántica de Benioff (1980) es una idea de que la cinta de la máquina de Turing podría ser reemplazada por una secuencia de sistemas cuánticos simples de dos estados creada por Paul Benioff. Esto proporcionó una manera primitiva de codificar una secuencia de dígitos binarios.

La máquina de Turing consta de un cabezal lector/escritor y una cinta infinita en la que el cabezal lee el contenido, borra el contenido anterior y escribe un nuevo valor. Las operaciones que se pueden realizar en esta máquina se limitan a:

- Avanzar el cabezal lector/escritor hacia la derecha.
- Avanzar el cabezal lector/escritor hacia la izquierda.

El cómputo es determinado a partir de la Tabla 4.2 que establece los estados de la forma:

Tabla 4.2 Cómputo de estados de la máquina de Benioff.

(estado, valor) → (nuevo estado, nuevo valor, nueva dirección)

La Tabla 4.2 toma como parámetros: el estado actual de la máquina y el carácter leído de la cinta, dando la dirección para mover el cabezal, el nuevo estado de la máquina y el valor a ser escrito en la cinta.

Con este aparato extremadamente sencillo es posible realizar cualquier cómputo que una computadora digital sea capaz de realizar. De manera similar, el cabezal de la máquina de Turing fue reemplazado por una interacción cuántica mecánica que podía leer o reiniciar el valor del estado del spin.

Las reglas fueron reemplazadas por una Ecuación de Schrödinger diseñada de tal forma que una configuración inicial de spins evolucionara a un conjunto final de spins que se pudieran decodificar en bits, obteniendo como resultado el cálculo en cuestión. En consecuencia, el programa que ejecutaba la computadora era implícitamente contenido en los detalles de la Ecuación de Schrödinger. La máquina evolucionaba en pasos de una duración prefijada tal que, al final de cada paso, la cinta estaba siempre en uno de sus estados fundamentales en los que cada spin estaba bien totalmente hacia arriba, "1", o bien hacia abajo "0". Sin embargo, durante un paso, la máquina podría estar temporalmente en superposiciones de estados de spin.

Esta computadora no aprovecha el potencial que proporcionan las computaciones superpuestas, ya que al final de cada paso el cabezal mide el estado de la cinta, lo cual colapsa cualquier superposición de la misma.

Este modelo no es factible en la práctica, entre otras razones, porque para construir el Hamiltoniano será necesario conocer de antemano la respuesta del programa. Este problema se podría solucionar fijando un Hamiltoniano dependiente del tiempo. En física, el Hamiltoniano es un objeto matemático relacionado con la energía total del sistema a partir del cual puede calcularse la evolución futura de un sistema Hamiltoniano clásico o cuántico. Así el Hamiltoniano puede referirse a:

- Hamiltoniano cuántico que interviene en la descripción cuántica de un sistema físico.
- Hamiltoniano clásico que interviene en la descripción clásica de un sistema físico.
- Hamiltoniano molecular, es el operador Hamiltoniano que representa la energía del sistema constituido por los electrones y el núcleo de una molécula.

4.16 Computadora Cuántica de Feynman

El modelo de la máquina de Turing es una manera de describir una computadora abstracta. Otro es cómo construir un circuito a partir de puertas lógicas primitivas. Ambas aproximaciones son equivalentes.

El Modelo de Feynman es una versión cuántica de un circuito lógico-combinacional. Se describe la computación a realizar a nivel de circuito, construyéndolo con puertas cuánticas reversibles. En general, podemos entender el circuito como *k*

puertas lógicas actuando sobre *m qubit*s. La transformación conseguida por el circuito puede ser escrita como *Ak*·*Ak*-1·...·*Ai* donde *Ai* es un operador que describe la acción de la puerta *i*-ésima.

En términos estadísticos, la velocidad y la capacidad de almacenamiento de las computadoras se han venido duplicando aproximadamente cada dos años, esto, acompañado de una miniaturización del componente fundamental del hardware: el transistor.

Actualmente es posible fabricar chips o circuitos integrados de computadora, de un cuarto de micrón, donde un micrón es la millonésima parte de un metro, conteniendo cerca de 200 millones de transistores.

Richard Phillips Feynman (1918-1988)

Participó en "El Proyecto Manhattan" para desarrollar la bomba atómica. Entre 1950 y 1988 trabajó en el Instituto Tecnológico de California (Caltech) como profesor encargado de la enseñanza de física teórica. Recibió numerosos premios, entre los que destacan:

1.	Premio Albert Einstein	Princeton	1954
2.	Premio Lawrence		1962
3.	Premio Nobel de Física		1965
4.	Medalla Oersted a la enseñanza		1972

Fue miembro de

1. Sociedad Americana de Física.
2. Asociación Americana para el Adelanto de la Ciencia.
3. National Academy of Sciences.
4. Royal Society (miembro extranjero).

Sus áreas de investigación fueron:

1. Electrodinámica cuántica: esta teoría fue por la que Feynman ganó el Premio Nobel, teoría que fue reconocida por ser extremadamente precisa en sus predicciones. También colaboró en la formulación de integral de camino de la mecánica cuántica.
2. Modelo de la desintegración débil: un ejemplo de la interacción débil es la desintegración del neutrón en un electrón, un neutrón y un antineutrón. La física de la superfluidez del hielo líquido: a bajísimas temperaturas de helio parece fluir con total carencia de viscosidad pero mediante la ecuación de Schrödinger se comprueba que la superfluidez resulta un comportamiento cuántico observable a escala macroscópica. Esto aportó un gran avance en el conocimiento de la superconductividad.

3. Desarrolló los Diagramas de Feynman, una especie de "registro contable" para comprender de manera intuitiva y calcular la interacción de partículas atómicas en electrodinámica cuántica mediante aproximaciones gráficas en el tiempo. Es considerado también como una de las figuras pioneras de la nanotecnología, y una de las primeras personas en proponer la realización futura de computadoras cuánticas.

El homenaje más relevante no proviene de los premios académicos: poco después de su muerte, un grupo de estudiantes de Caltech colgó al frente de la biblioteca de la universidad un gran cartel de tela con la leyenda "We love you Dick!" ("¡Te amamos, Dick!").
Obtenido el 10/09/2011 de
http://www.100ciaquimica.net/biograf/cientif/F/feynman.htm

4.17 Computadora Cuántica de Deutsch

La primera Máquina de Turing Cuántica verdadera fue descubierta por David Deutsch (1985). Su modelo se diferencia del de la de Benioff en que mantiene el registro de memoria cuántico (la cinta) en superposición de estados computacionales.

El operador U de evolución temporal tiene que ser local, envolviendo sólo interacciones entre qubits adyacentes, e independiente del tiempo. Esto asegura que, en cada paso computacional, sólo interactúan qubits adyacentes y la computación tiene un tiempo de finalización bien definido. Para lograrlo es necesario un Hamiltoniano dependiente del tiempo.

En 1985, Deutsch presentó el diseño de la primera Máquina Cuántica basada en una máquina de Turing. Con este fin enunció una nueva variante la tesis de Church dando lugar al denominado Principio de Church-Turing-Deutsch.

La estructura de una máquina de Turing cuántica es muy similar a la de una máquina de Turing clásica. Está compuesta por los tres elementos clásicos:

- Una cinta de memoria infinita en que cada elemento es un QuBit.
- Un procesador finito.
- Un cursor.

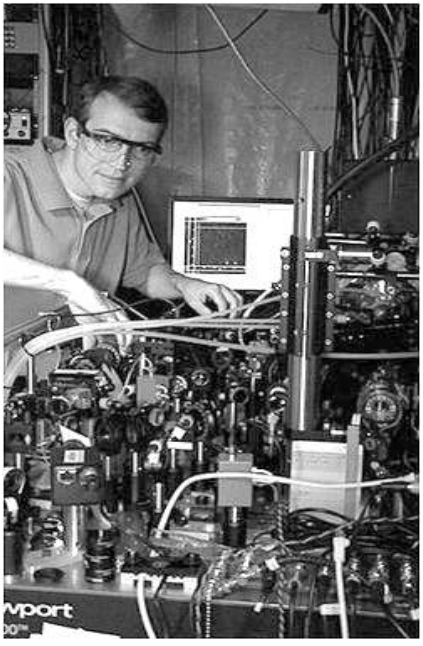


Fig. 4.7
Fotografía de una computadora cuántica cortesía de National Institute of Standards and Technology http://www.nist.gov/index.html

4.18 Computadora Cuántica de Kane

La Computadora Cuántica de Kane (1998) es un proyecto de computadora cuántica escalable propuesto por Bruce Kane en 1998 en la Universidad de Nueva Gales del Sur. Pensado como un híbrido entre un punto cuántico y una Computadora Cuántica basado en la Resonancia Magnética Nuclear (RMN), el ordenador de Kane se basa en una serie de átomos donantes de fósforo, encajados en un enrejado de celulosa pura de silicio. Tanto los spins nucleares de los átomos, como los spins de los electrones participan en la computación.

El proyecto original propone que los átomos donantes de fósforo sean dispuestos con una separación de aproximadamente 20 nanómetros [nm] bajo la superficie para ser utilizados en la operación de dicha computadora. Se incluye una capa aislante de óxido sobre el silicio. Las puertas metálicas se sitúan en la superficie del óxido sobre los átomos donantes, y las puertas "J" entre los átomos donantes contiguos.

Los átomos donadores de fósforo son isotópicamente puros (31P), tienen un giro nuclear de "½". El subestrato de silicón es el isotópico puro (28Si) que tiene el giro "0" nuclear. Usando el giro nuclear de los donadores de Fósforo (P) como método para poner un código al qubit, tiene dos ventajas: Primeramente, el estado tiene un decoherente sumamente largo de cronometrar, quizá del orden de 1 018 segundos a la temperatura de miligrados Kelvin [mºK]. Segundo, los qubits pueden manipularse aplicando un campo magnético oscilante, como lo propuesto para la Resonancia Magnética Nuclear [NMR] típica alterando el voltaje adelante de la

compuerta debe ser posible alterar la frecuencia de los donadores individuales. Esto les permite ser dirigidos individualmente, trayendo a los donadores específicos a la resonancia con el campo magnético oscilando aplicado. Los giros nucleares no actuarán recíproca, exclusiva y significativamente con otro núcleo lejano a 20 [nm]. El giro nuclear es útil para que un solo qubit realice su funcionamiento; pero para hacer que una computadora cuántica funciones, se requiere que sean dos los qubits que giren. Éste es el papel de giro del electrón en este planteamiento. Bajo el mando de la juntura, el giro se transfiere del núcleo al electrón del átomo donador.

Entonces, un potencial se aplica al enrejado de "J" mientras los electrones del donador adyacentes en una región común van reforzando grandemente la interacción entre los giros de la juntura en su vecindario, así como controlando el voltaje de la juntura "J"; es posible el funcionamiento de dos qubits. La propuesta de Kane para la lectura, era aplicar un campo eléctrico para animar el giro dependiente de un electrón y transformar a dos donadores neutros a un D (+) y un D (-), con este proceso, el exceso de carga que usa un transistor de un sólo electrón se descubre.

Este método tiene dos dificultades mayores: Primeramente, el estado "D" tiene el acoplamiento relativamente fuerte con el ambiente y de un tiempo de decoherencia corto. Segundo y (quizá) más pretenciosamente, no está claro que el estado "D" tenga una vida suficientemente larga para permitir la lectura de los túneles del electrón en la fase de la conducción. Al contrario de otras propuestas de computadoras cuánticas, la Computadora Cuántica de Kane se basa en el principio escalable a un número arbitrario de qubits. Y esto es posible porque los qubits pueden ser dirigidos individualmente por medios eléctricos. Desde la propuesta de Kane bajo la guía de Robert Clark, se ha volcado el esfuerzo de la informática cuántica hacia este prototipo. Actualmente, aproximadamente 100 investigadores trabajan en resolver este problema.

Bruce Kane

La realización del Computador Cuántico de Kane, se ha convertido en el esfuerzo de la computación cuántica primaria en Australia. En la actualidad cerca de 100 investigadores trabajan en el problema. Los teóricos, han propuesto una serie de propuestas para mejorar la lectura.

Experimentalmente, la precisión en la deposición atómica de los átomos de fósforo, se ha demostrado técnicamente mediante un Microscopio de Efecto de Túnel [STM por sus siglas en inglés]. La detección del movimiento de los electrones individuales entre pequeños grupos de donantes de fósforo, también se ha logrado. El grupo se mantiene optimista de que en el corto plazo un computador cuántico a escala se podrá construir.

4.19 Aplicaciones de la computación cuántica: Teleportación o Teletransportación Cuántica

Actividades para el lector
Consulte en el apoyo web el video
Teletrasnportación: De la Ficción a la Realidad.

La teleportación o teletransportación cuántica, es una técnica que transfiere un estado cuántico a una localización arbitrariamente alejada usando un estado de entrelazamiento cuántico distribuido, así como la transmisión de cierta información clásica.

Teleportación

También llamada teletransportación cuántica, no transporta energía o materia, ni permite la comunicación de información a la velocidad superior a la de la luz, pero es útil en comunicación y computación cuánticas.

Hace tiempo los medios de comunicación anunciaron que un equipo de la Universidad Nacional Australiana había logrado teletransportar un rayo láser. El rayo desapareció de un lugar (y en un abrir y cerrar de ojos), reapareció desplazado un metro.

En las películas de ciencia-ficción, se dice que las personas se teletransportan cuando desaparecen de un lugar y reaparecen en otro (si no desaparecen del lugar original entonces se duplican, y no sólo se teletransportan). Para teletransportar a una persona primero habría que extraer toda la información que contiene (¿de qué está hecha?, ¿en qué posición se encuentra cada partícula?, ¿en qué estado?) lo cual se podría hacer con algún tipo de medición. Por medio de un aparato que, como un escáner digital, "lea y registre" toda esa información. Entonces, para que la teletransportación se diera, se tendría que ser muy cuidadoso porque a la hora de teletransportar no se querría que a la estación receptora llegue una copia defectuosa, ni incompleta del objeto original, sobre todo si el objeto original es usted mismo.

Como una persona está hecha de electrones, protones y neutrones, y éstos son iguales en todas partes, no sería necesario enviar a la estación receptora las partículas originales que componen a una persona. Bastaría con la información de sus posiciones y características. Con la receta en mano, no le sería difícil a la estación receptora agenciarse electrones, protones y neutrones en números suficientes para reconstruir a la persona en glorioso *technicolor.*

Sin embargo no todo es tan simple. El problema con la teletransportación es que un principio muy general de la mecánica cuántica (el Principio de Incertidumbre o Indeterminación de Heisenberg) dice, en pocas palabras: *Que es imposible extraer por medición toda la información acerca del estado y las*

características de un objeto. Por lo tanto, el escáner imaginario no puede obtener toda la información necesaria para reconstruir a la persona "enviada" en la estación receptora. Al parecer, la mecánica cuántica prohíbe la teletransportación.

En 1993 Charles H. Bennett y sus colaboradores idearon teóricamente una manera de usar las mismísimas leyes de la mecánica cuántica que impiden extraer por medición toda la información acerca de un objeto, para extraer la información que no se puede medir. Para eso recurren a un efecto cuántico llamado Efecto EPR. Con las dos informaciones complementarias se puede construir una réplica del objeto original en otro lugar. Los científicos llamaron al procedimiento: teletransportación cuántica.

Cuando los físicos teóricos y prácticos se adentraron en el mundo de los objetos más pequeños de la naturaleza a través de la Mecánica y de la Física Cuánticas, se llevaron muchas sorpresas. El reino de las moléculas, los átomos y las partículas subatómicas no se comporta como el mundo macroscópico cotidiano de la llamada Física Clásica (la anterior a la Mecánica Cuántica). Los neutrones, partículas que se suelen encontrar en los núcleos atómicos, se desintegran al cabo de cierto tiempo si no forman parte de un átomo. Si los neutrones fueran objetos clásicos (por ejemplo, granos de maíz en un horno de microondas), se podría, por lo menos en principio, predecir en qué momento preciso se desintegrará un neutrón dado (o se convertirá en palomita un grano de maíz). La Mecánica Cuántica ni siquiera lo intenta; sólo permite calcular con qué probabilidad se desintegrará el neutrón en cierto lapso de tiempo.

Einstein pensaba que una teoría que sólo daba probabilidades no era completa. Debía ser posible construir una teoría más profunda que la Mecánica Cuántica que sí permitiera predecir, por ejemplo, en qué momento se desintegra un neutrón. En 1935 Einstein y los físicos Boris Podolsky y Nathan Rosen escribieron un artículo con el que pretendían incitar a sus colegas a buscar una teoría más completa que la Mecánica Cuántica. Para eso idearon un experimento imaginario: Un aparato produce parejas de partículas con cierta propiedad que puede tener sólo dos valores, por ejemplo "1" y "0" (grano y palomita; desintegrado y sin desintegrar; vivo y muerto..., etcétera). Si se hicieran mediciones sobre las partículas, se vería que una tiene el valor "1" y la otra tiene el valor "0" de esa propiedad. Pero si no se hacen mediciones, la descripción cuántica no permite asignarle un estado definido a cada partícula (Einstein, Podolski y Nathan, 1935).

Si la Mecánica Cuántica fuera la teoría más completa posible (si lo que no dice la Mecánica Cuántica no existe) entonces antes de cualquier medición las partículas están de hecho en un extraño estado indefinido que no es ni "1" ni "0". Muy bien, ahora se hace la medición en una partícula y se determina que tiene el valor "0". La otra tiene que adquirir inmediatamente el valor "1". Por lo tanto, hacer mediciones en una de las partículas afecta a la otra, resultado bastante extraño. Pero las partículas podrían estar alejadísimas (por ejemplo, en lados opuestos de la galaxia).

Pues bien, dijeron Einstein, Podolsky y Rosen, si la Mecánica Cuántica fuera completa habría que concluir sin remedio que, de todos modos, hacer mediciones sobre una de las partículas afecta a la otra instantáneamente, resultado aún más extraño. Einstein llamaba con sorna a este *efecto tenebrosa acción a distancia*. Hoy se le conoce como *Efecto EPR o Paradoja EPR*.

La paradoja de Einstein-Podolsky-Rosen

Denominada Paradoja EPR, consiste en un experimento mental propuesto por Albert Einstein, Boris Podolsky y Nathan Rosen en 1935. Es relevante históricamente, puesto que pone de manifiesto un problema aparente de la Mecánica Cuántica, y en las décadas siguientes se dedicaron múltiples esfuerzos a desarrollarla y resolverla.

A Einstein (y a muchos otros científicos), la idea del entrelazamiento cuántico le resultaba extremadamente perturbadora. Esta particular característica de la Mecánica Cuántica permite preparar estados de dos o más partículas en los cuales es imposible obtener información útil sobre el estado total del sistema haciendo sólo mediciones sobre una de las partículas.

Por otro lado, en un estado entrelazado, manipulando una de las partículas, se puede modificar el estado total, es decir, operando sobre una de las partículas se puede modificar el estado de la otra a distancia de manera instantánea. Esto habla de una correlación entre las dos partículas que no tiene contrapartida en el mundo de las experiencias cotidianas.

El experimento planteado por EPR consiste en dos partículas que interactuaron en el pasado y que quedan en un estado entrelazado. Dos observadores reciben cada una de las partículas. Si un observador mide el momentum de una de ellas, sabe cuál es el momentum de la otra. Si mide la posición, gracias al entrelazamiento cuántico y al principio de incertidumbre, puede saber la posición de la otra partícula de forma instantánea, lo que contradice el sentido común.

La paradoja EPR está en contradicción con la Teoría de la Relatividad, ya que aparentemente se transmite información de forma instantánea entre las dos partículas (Ghiradi, et. al., 1988). De acuerdo a EPR, esta teoría predice un fenómeno (el de la acción a distancia instantánea) pero no permite hacer predicciones

deterministas sobre él; por lo tanto, la Mecánica Cuántica es una teoría incompleta. Esta paradoja (aunque, en realidad, es más una crítica que una paradoja), critica dos conceptos cruciales: la no localidad de la Mecánica Cuántica (es decir, la posibilidad de acción a distancia) y el problema de la medición.

En la Física Cásica, medir un sistema, es poner de manifiesto propiedades que se encontraban presentes en el mismo, es decir, que es una operación determinista. En Mecánica Cuántica, constituye un error asumir esto último. El sistema va a cambiar de forma incontrolable durante el proceso de medición, y solamente se pueden calcular las probabilidades de obtener un resultado u otro.

El experimento EPR está concebido como un experimento pensado (no hay que hacerlo, basta pensarlo para llegar a la conclusión de los autores. Hoy en día, 76 años después, los físicos están realizando el experimento EPR, pero no sólo para justificar posturas filosóficas para explorar y aprovechar los extraños fenómenos cuánticos.

Los científicos de IBM descubrieron cómo dar la vuelta al razonamiento lógico de Heisenberg cuando usaron una característica de la Mecánica Cuántica llamada Efecto Einstein-Podolsky-Rosen o entrelazamiento (El entrelazamiento es una propiedad que exhiben determinadas partículas a nivel cuántico, en virtud de la cual lo que sucede a una de ellas le sucede automáticamente a la otra, y lo que es más importante, la transferencia de información entre ambas es instantánea.

El entrelazamiento fue presentado en 1935 por Einstein, Rosen y Podolski como parte de un experimento mental destinado a demostrar que la teoría cuántica estaba incompleta y no funcionaba adecuadamente. Sin embargo, posteriormente parece haberse demostrado que la fantasmal transferencia de información que tanto molestaba a Einstein tiene lugar realmente.)

Estos científicos encontraron una manera de digitalizar (escanear) la información del objeto “A”, el cual querían teletransportar; mientras, la parte no escaneada era pasada a través del efecto EPR a otro objeto “C” que nunca había estado en contacto con “A”.

Más tarde aplicando a “C” un tratamiento (dependiendo de la información escaneada), vieron que era posible modificar “C” a la manera exacta de como era “A” antes de ser escaneado. El objeto “A”, a la vez, no conserva su estado original, siendo destruido en el proceso de escaneo, ya que ha sido archivado como información, como lo muestra la Fig. 4.8.

Fig. 4.8 Interpretación de cómo se establece la teletransportación cuántica.

Para llevar a cabo la teleportación cuántica, primeramente se crean un par de fotones EPR (entrelazados o entangled). Se sabe que de acuerdo con la propiedad de entrelazamiento que tienen, ya que lo que le sucede a un fotón le sucederá automáticamente al otro, el problema es que de acuerdo con el Principio de Incertidumbre o de Indeterminación de Heisenberg, no es posible mirar en qué estado se encuentra el fotón, porque en el mismo momento en que se haga, se destruirá.

Esto es precisamente lo que impide usar estos curiosos pares EPR como sistema de comunicaciones instantáneo. ¿Cómo se puede solucionar este problema? Supóngase que se quiere transportar un determinado fotón "A", y que se dispone para ello de dos fotones entrelazados (que se llaman "B" y "C", respectivamente) que pueden estar tranquilamente situados en extremos diferentes de la galaxia. El truco de la teleportación consiste en combinar el fotón a transportar con uno de los pares EPR, el situado en la estación de origen, y a continuación medir la polarización relativa de ambos fotones. En el dibujo de la Fig. 4.8 la parte de información es trasladada de "A" a "C" a través del fotón intermedio "B", el cual interactúa primero con "C", y luego con "A". ¿Por qué primero interactúa con "C" cuando es "A" el fotón a replicar? Aparentemente es sencillo, primero entre ellos se crea el vínculo de entrelazamiento, para luego poder aprovechar la propiedad EPR. Entonces, "B" llega a "A" y en el momento del escaneo los dos fotones son modificados y pierden su estado lógico inicial.

La alteración derivada de la combinación del fotón "A" con el fotón "B" se ha transmitido instantáneamente desde el fotón "A" hacia el fotón "B" hasta el punto de destino, y la información de escaneo se manda hacia el fotón "C" (la información del escaneo se transmite al punto de destino por métodos convencionales;

como por ejemplo, una señal de radio), y que al ser tratado así durante el escaneo, el fotón "C" adquiere todas las propiedades del fotón original "A".

Con esta estrategia no se está haciendo una medida absoluta y directa, sino más bien una medida indirecta de las propiedades del fotón, con lo cual no se está vulnerando el Principio de Incertidumbre o de Indeterminación de Heisenberg. Esta medida es lo que se conoce como Estado de Bell.

Estado o Efecto de Bell

Hasta el año 1964, este debate perteneció al dominio de la filosofía de la ciencia. En ese momento, John Bell propuso una forma matemática para poder verificar la paradoja EPR. Bell logró deducir unas desigualdades asumiendo que el proceso de medición en Mecánica Cuántica obedece a leyes deterministas, y asumiendo también localidad, es decir, teniendo en cuenta las críticas de EPR. Si Einstein tenía razón, las desigualdades de Bell son ciertas y la teoría cuántica es incompleta. Si la Teoría Cuántica es completa, estas desigualdades serán violadas. Desde 1976 en adelante, se han llevado a cabo numerosos experimentos y absolutamente todos ellos han arrojado como resultado una violación de las desigualdades de Bell. Esto implica un triunfo para la teoría cuántica, que hasta ahora ha demostrado un grado altísimo de precisión en la descripción del mundo subatómico, incluso a pesar de sus consabidas predicciones reñidas con el sentido común y la experiencia cotidiana.

Se han realizado numerosos experimentos basados en esta paradoja, popularizados bajo el nombre de teletransporte cuántico. Este nombre llama a engaño, ya que el efecto producido no es un teletransporte de partículas al estilo de la ciencia ficción sino la transmisión de información del estado cuántico entre partículas entrelazadas.

La comprensión de esta paradoja ha permitido profundizar en la interpretación de algunos de los aspectos menos intuitivos de la Mecánica Cuántica. Esta área continúa en desarrollo con la planificación y ejecución de nuevos experimentos.

La teleportación o teletransportación cuántica no es un proceso exento de problemas, y uno de los más importantes es lo que se conoce como decoherencia. La decoherencia es la perturbación de la fuente de origen debido a cualquier tipo de actuación externa, por ejemplo, la radiación térmica procedente de la cámara en la cual tiene lugar la experiencia. Este fenómeno puede alterar el estado cuántico de

los pares ERP, y hacer que la teletransportación o teleportación no tenga lugar. De hecho, el porcentaje más alto de teleportación o teletransportación que se ha conseguido al día de hoy está en un 80% de los casos; lo que está bien para el laboratorio, pero es inaceptable para una aplicación real. La decoherencia es un problema importante, cuya magnitud crece conforme aumenta el número de átomos que se quiere transportar a través de este procedimiento, y que puede constituir un obstáculo casi insalvable para la teleportación o teletransportación de objetos macroscópicos.

El *Efecto EPR* no es el único fenómeno cuántico insólito. Un grano de maíz en el horno de microondas puede encontrarse en uno de dos estados: grano o palomita. Si no es lo uno, será lo otro sin remedio. Los dos estados posibles de este objeto clásico se excluyen mutuamente. Pero si fuera un objeto cuántico, el grano de maíz podría estar también en una combinación extraña de esos dos estados: ni grano ni palomita, tampoco medio grano y ni media palomita, sino más bien *"grano/palomita".* Este fenómeno se llama superposición de estados coherentes, y es exclusivo de la Mecánica Cuántica.

Un objeto macroscópico como un grano de maíz no puede estar en una superposición coherente. Los estados superpuestos son muy frágiles; a la menor interacción con el entorno se esfuman y dan lugar a un estado bien definido. Un objeto hecho de muchas partículas es muy difícil de aislar de su entorno, por lo que muy pronto se produce lo que se conoce como decoherencia, la destrucción de la superposición, dejando al objeto macroscópico en uno de los dos estados clásicos: grano o palomita, sin opciones. Los objetos suficientemente pequeños pueden mantenerse en una superposición coherente durante más tiempo, pero sólo a condición de no recibir ni la menor sacudida del exterior. Los estados superpuestos son privilegio de los objetos cuánticos que no han interactuado con nada, lo cual quiere decir que no se les puede detectar directamente, porque para detectarlos habría que interactuar con ellos.

4.20 Estados promiscuos

Actividades para el lector
Consulte en el apoyo web el video
Un Avance en Teletransportación.

Para la teleportación o teletransportación cuántica lo más interesante son los estados superpuestos de un sistema compuesto de dos o más partículas. Imagínese que se hace el experimento para comprobar el Efecto EPR.

Para eso se produce un par de partículas p1 y p2. Cada una por su cuenta podría estar en alguno de dos estados, "1" o "0"; o en una superposición, siempre y cuando no se haga nada para alterarlas. Si se les hace algo, entonces una queda en el estado "1" y la otra, en el "0".

Pero la Mecánica Cuántica no permite considerar a estas partículas por separado. Sólo puede asignarles estado a las dos juntas. El conjunto de las dos partículas tiene a su vez dos estados, I y II:

- **Estado I.** La partícula p1 se encuentra en el estado "1" y la partícula p2 se encuentra en el estado "0".
- **Estado II**. La partícula p1 se encuentra en el estado "0" y la partícula p2 se encuentra en el estado "1".

Estos estados también se pueden superponer cuánticamente. Pero analícese lo anterior más despacio, porque aquí se encuentra el argumento central de la Teleportación o Teletransportación Cuántica. Una sola partícula con dos estados clásicos incompatibles tiene la posibilidad, desde la Mecánica Cuántica, de encontrarse en una superposición de esos estados. Un sistema compuesto por dos partículas se puede considerar como un solo objeto que puede encontrarse en los estados **I** y **II**, así como en una infinidad de estados cuánticos superpuestos de **I** y **II**. Cuando este sistema compuesto se encuentra en una superposición coherente tiene las siguientes características:

- Las partículas se comportan como un solo objeto. No se puede decir que una se encuentre en el estado "1" y la otra en el "0".
- Si se hace una medición en una de las partículas del sistema y se determina que es "1", la otra adquiere, inevitable e instantáneamente, el valor "0" (y la superposición coherente se destruye).

Este insólito tipo de estados de dos o más partículas se conoce como *estados enredados.* El enredamiento cuántico es un vínculo muy extraño entre dos partículas. Puede surgir cuando las partículas se encuentran y persiste mucho después, aunque estén separadas por las distancias más grandes.

En Física Clásica, si dos partículas que deben tener estados opuestos se separan y luego se determina que una se encuentra, por ejemplo, en el estado "1", se sabe de inmediato que la otra se encuentra en el estado "0". Pero también se sabe que la otra partícula ya se encontraba en ese estado antes de que se hicieran mediciones sobre su compañera. Medir el estado de una no implica ninguna interacción con la otra.

Pero en Mecánica Cuántica las partículas no se encuentran en ninguno de los estados posibles antes de la medición. Cuando se observa una de las partículas para obtener su estado, la partícula adquiere uno de los estados clásicos. Como la otra está obligada a tener el estado opuesto (y antes de la medición se encontraba en un estado indefinido) la operación de medición sobre su compañera la afecta como si se la hubieran hecho a ella. Como dijo acerca de las partículas enredadas uno de los físicos que estudian la teleportación o teletransportación cuántica: si le hacemos cosquillas a una, se ríe la otra.

4.21 Realización de la teletransportación cuántica

Actividades para el lector
Consulte en el apoyo web el video *Simulación Cuántica.*

A continuación se presenta un experimento realizado en el Centro Europeo de Investigaciones Nucleares (CERN) a través de qubits y computación cuántica. El objetivo de esta técnica es transmitir un qubit entre "Alice" (emisor) y "Bob" (receptor) mediante el envío de dos bits clásicos. Previamente, "Alice" y "Bob" deberán compartir un estado entrelazado (entangled). Los pasos a seguir por "Alice" y "Bob" son los siguientes:

- "Alice" y "Bob" preparan un estado entrelazado como el que sigue:

$$\beta_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$$

- "Alice" y "Bob" se separan. "Alice" se queda con el primer qubit del par entrelazado y "Bob" se lleva el segundo.
- "Alice" desea ahora transmitir el qubit a "Bob". "Alice" operará sobre dos qubits: el primero es el qubit que quiere transmitir y el segundo es el primer qubit del par entrelazado, que ella tiene en su poder.
- "Alice" primero aplica la Compuerta Cuántica CNOT a sus dos *qubits.*
- "Alice" aplica la Compuerta Cuántica de Hadamard al primero de sus dos *qubits.*
- "Alice" realiza una medición sobre ambos qubits y obtiene los dos bits clásicos b_1b_2, que envía a "Bob" por un canal de comunicación clásico.
- "Bob" aplica la transformación sobre su qubit, de acuerdo con los bits recibidos b_1b_2, donde X es la Matriz de Pauli σx y Z la Matriz de Pauli σz. El resultado obtenido por "Bob en su *qubit* será $|\psi\rangle$.

La Formulación del proceso de teleportación o teletransportación se muestra en la Fig. 4.9.

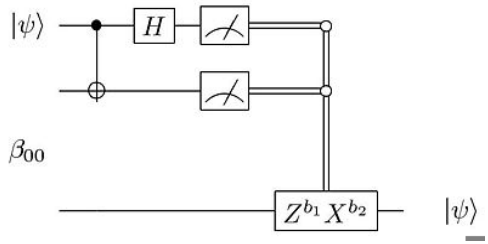


Fig. 4.9 Esquema de la teleportación o teletransportación cuántica.

El esquema completo de la teleportación o teletransportación cuántica se muestra en la Fig. 4.9, donde ψ es el *qubit* a teleportar o teletransportar y β_{00} es el estado entrelazado auxiliar. Véase, la entrada al circuito, es:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$\beta_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$$

que puede escribirse:

$$|\psi\rangle \otimes \beta_{00} = \left(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\alpha|0\rangle\left(|00\rangle + |11\rangle\right) + \beta|1\rangle\left(|00\rangle + |11\rangle\right)\right)$$

Esta entrada pasa a través de una puerta CNOT, cuya función es:

$$|0\rangle|0\rangle \to |0\rangle|0\rangle, |0\rangle|1\rangle \to |0\rangle|1\rangle, |1\rangle|0\rangle \to |1\rangle|1\rangle, |1\rangle|1\rangle \to |1\rangle|0\rangle$$

con lo que en el circuito se obtiene:

$$\begin{matrix}\text{CNOT}(1,2) \\ \to\end{matrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\alpha|0\rangle\left(|00\rangle + |11\rangle\right) + \beta|1\rangle\left(|10\rangle + |01\rangle\right)\right)$$

A continuación, atraviesa la Compuerta Cuántica de Hadamard (bloque H en la Fig. 4.9), cuya función es:

$$|0\rangle \to \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right), \quad |1\rangle \to \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle - |1\rangle\right),$$

con lo cual en la figura obtenemos:

$$\begin{matrix}H(1) \\ \to\end{matrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\alpha\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right)\left(|00\rangle + |11\rangle\right) + \beta\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle - |1\rangle\right)\left(|10\rangle + |01\rangle\right)\right)$$

$$= \frac{1}{2}\Big(|00\rangle\big(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle\big) + |01\rangle\big(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle\big) + |10\rangle\big(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle\big) + |11\rangle\big(\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle\big)\Big)$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{b_1 b_2=0}^{1} |b_1 b_2\rangle \left(X^{b_2} Z^{b_1} \right) |\psi\rangle$$

Ahora "Alicie" hace la medición de sus dos qubits y obtiene uno de los cuatro b1b2 posibles. El sistema colapsa al estado:

$$\underset{\rightarrow}{\text{Medida}} \left(X^{b_2} Z^{b_1} \right) |\psi\rangle$$

"Alicie" envía la información que obtiene en la medición ($b_1 b_2$) a "Bob", que sabrá cuál de los cuatro términos es realmente es el que tiene en su poder (estos términos varían en el signo de los sumandos o tienen los coeficientes intercambiados). Bob convertirá los signos negativos en positivos y reordenará los coeficientes aplicando $Z^{b_1} X^{b_2}$, según la tabla de abajo, y así obtendrá el estado original $|\psi\rangle$.

Bits recibidos	Compuerta a aplicar	Operación
00	*I*	$\alpha\|0\rangle + \beta\|1\rangle \rightarrow \alpha\|0\rangle + \beta\|1\rangle$
01	*X*	$\alpha\|0\rangle + \beta\|1\rangle \rightarrow \beta\|0\rangle + \alpha\|1\rangle$
10	*Z*	$\alpha\|0\rangle + \beta\|1\rangle \rightarrow \alpha\|0\rangle - \beta\|1\rangle$
11	*ZX*	$\alpha\|0\rangle + \beta\|1\rangle \rightarrow \beta\|0\rangle - \alpha\|1\rangle$

4.22 Intercambio de entrelazamiento

El entrelazamiento cuántico puede ser aplicado no sólo a estados puros, sino también a estados mezcla, o incluso a un estado no definido de una partícula enlazada. El intercambio de entrelazamiento es un ejemplo simple e ilustrativo.

Supóngase que dos partes, ahora llamadas "Alice" y "Carol", necesitan crear un canal de teleportación o de teletransportación, pero carecen de un par de partículas enlazadas, lo cual hace que esta tarea sea imposible. Además, supóngase que "Alice" tiene en su poder una partícula que está enlazada con una

partícula que pertenece una tercera parte, “Bob”. Si “Bob” teleporta o teletransporta su partícula a “Carol”, hará que la partícula de “Alice” se enlace automáticamente con la de “Carol”.

Una forma más simétrica de explicar la situación es la siguiente: “Alice” tiene una partícula, “Bob” tiene dos y “Carol” una. La partícula de “Alice” y la primera de “Bob” están enlazadas, de la misma manera que la segunda de “Bob” está enlazada con la de “Carol”.

```
Alice-:-:-:-:-:-Bob1 -:- Bob2-:-:-:-:-:-Carol
```

Ahora: si “Bob” realiza una medición proyectiva sobre sus dos partículas, en una Base de Bell, y luego comunica el resultado a “Carol”, tal como lo describe el esquema anterior, el estado de la primera partícula de “Bob” puede ser enviado por teleportación o teletransportación a “Carol”. Si bien “Alice” y “Carol” nunca interactuaron entre sí, sus partículas están ahora enredadas.

4.23 Otros experimentos de teleportación o teletransportación cuántica

En 1993, un equipo de investigadores de IBM, dirigido por el físico Charles Bennet, fueron teóricamente informados y confirmados de que la teleportación o teletransportación cuántica era posible, pero sólo si el material original era destruido. En 1998, los equipos de Caltech y del CERN habían podido teleportar o teletransportar un fotón. Es decir, se había podido tener la lectura de la estructura atómica del fotón que envió la información a través de casi un metro de cable coaxial; así como la creación de un duplicado del original de los fotones, y (como Charles Bennet y el equipo de trabajo de IBM predijo), el original de los fotones ya no existía cuando se creó el duplicado.

En el experimento participó un fenómeno llamado entrelazamiento, un fenómeno todavía inexplicable entre pares de partículas en el que un cambio en un instante en el comportamiento de las partículas, provoca un cambio en las otras, sin preocuparse de la distancia entre ellas.

El experimento del Caltech involucró tres fotones (con las etiquetas A, B y C) en los cuales los dos últimos están entrelazados. Los científicos extrajeron la información de un fotón, y el resto de la información se pasó al fotón B, y luego a través de entrelazado, de B a C. La información del fotón A se pasa al fotón C que la réplica de una información mediante la combinación de B. En el proceso, un fotón es inalterable, cambiado y desaparece.

En 2004, científicos del Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST) en Boulder, Colorado, y los de la Universidad de Insbruck en Austria, fueron capaces de transmitir el estado cuántico de un átomo a otro átomo, sin un vínculo directo entre los dos; en efecto, se logró el transporte de materia sólida entre dos átomos.

En 2006, científicos del "Instituto Niels Bohr" en Copenhague consiguieron teletransportar información de un rayo láser (en una nube de átomos). En efecto, la información teletransportada entre dos objetos, la luz y la materia en caso de que una (la luz) es el portador de la información, y el otro (los átomos) son en realidad, el soporte de almacenamiento para dicha teletransportación.

Los experimentos son vistos como pasos importantes hacia el objetivo de la teleportación o teletransportación cuántica, a partir del desarrollo de los computadores cuánticos que reemplazarán el actual manejo de bits binarios ("0" y "1"), con bits cuánticos o qubits para la transmisión y el procesamiento de datos a través del entrelazado, en lugar de utilizar los tradicionales circuitos. Por ejemplo, ochenta (80) *qubits* entrelazados contendrá una sorprendente computadora cuántica de 151 billones de gigabytes de capacidad de procesamiento (alrededor de 2.3 billones de veces más rápido que la actual arquitectura del equipo de cómputo más "rápido" de hoy día, de 64 bits).

4.24 Algunas conclusiones

Conforme la miniaturización de los componentes de la computación actual continúe, llegará el momento en que los fenómenos que estudia la física cuántica tengan que ser tomados en cuenta en la construcción de nuevas computadoras. En este sentido, la miniaturización con base en los componentes actuales tiene un límite definido por la aparición de estos fenómenos.

Una alternativa para este problema será el aprovechamiento de la inferencia cuántica para construir un nuevo tipo de computadora: la computadora cuántica, que haga uso de nuevos algoritmos y nuevos tipos de arquitectura de sistemas (*Hardware*).

Las computadoras actuales están llegando al límite de la miniaturización y la frecuencia de pulsaciones de los relojes de cuarzo, pronto no podrán ser más rápidos. La computación cuántica es una gran promesa que podría permitir seguir construyendo computadoras más veloces.

La arquitectura cuántica es muy similar a las arquitecturas actuales, sin embargo, la computación cuántica introduce elementos arquitectónicos cuánticos que obedecen a los fenómenos causados por la interacción cuántica como la corrección de errores.

En el campo de la criptografía, proponen un nuevo enfoque: el control absoluto de seguridad a nivel de comunicación y su capacidad para realizar operaciones de factorización (descomposición en números primos), que representa una amenaza para las comunicaciones encriptadas que emplean muchas instituciones en sus sistemas de seguridad, y que se basan a su vez en la dificultad de hacer códigos.

La computación cuántica es un paradigma que busca superar las limitaciones y velocidades de los ordenadores actuales. Mientras un ordenador

común responde a leyes físicas clásicas, una computadora cuántica opera con un fenómeno físico único de la Mecánica Cuántica que le permite procesar la información de una forma fundamentalmente nueva.

Las ventajas que tiene la computadora cuántica desde su procesamiento en paralelo a nivel exponencial hasta el almacenamiento de grandes cantidades de información son asombrosas; sin embargo, se tienen todavía limitaciones para su construcción; uno de los elementos más importantes en este caso son los procesadores cuánticos, los cuales deben ser mejorados no sólo en la parte de la arquitectura de las computadoras, sino también la programación de cada uno de ellos, es decir, una reconstrucción total, conllevado a la innovación de criptografía, seguridad y redes entre otros elementos que hacen parte del manejo de la información en las computadoras.

Dentro de la arquitectura se sistemas se encuentran otros elementos como las compuertas cuánticas, ya que juegan un papel fundamental en el desarrollo de la computadora cuántica, pero persiste la búsqueda de elementos de superconductividad lo suficientemente apropiados como para ser implementados.

En la actualidad, el mundo cuántico es un universo complejo y se tienen una gran cantidad de retos, los cuales actualmente, las ciencias físicas no han podido resolver, se mencionan paulatinamente los diferentes avances que han realizado las ciencias (Matemáticas y Física) para su implementación, y aunque se conocen las dificultades que puede afrontar el mundo de la información a nivel de confidencialidad y de seguridad, se deben efectuar los procedimientos adecuados para enfocar la construcción e implementación de esta computadora cuántica en bien de la sociedad.

AUTOEVALUACIÓN

1. Explique cómo será y en qué consistirá la Computación Cuántica.
2. Explique cómo serán las comunicaciones cuánticas requeridas por la Computación Cuántica.
3. Explique cómo será la Internet Cuántica utilizada por la Computación Cuántica.
4. Explique cómo serán los periféricos cuánticos requeridos y utilizados por la Computación Cuántica.
5. Explique cómo será la Programación Cuántica requerida por la Computación Cuántica.

BIBLIOGRAFÍA

Acosta, Virgilio; Cowan, Clyde L. y Graham, B. J. (2000). Curso de Física. México: Oxford.

Aharonov, Y. and Albert, D. Z. (1981). Can we make sense out of the measurement process in Relativistic Quantum Mechanics? USA: Phys. Rev. D 24, 359.

Aharonov, Y., Popescu, S. and Vaidman, L. (1995). Casuality, Memory Erasing and Delayed choice experiments. USA: Phys. Rev. A 52, 4 984.

Alonso, Marcelo y Finn, Edward, J. (1986). Física: Fundamentos Cuánticos y Estadísticos. Vol. III. EUA: Addison-Wesley Iberoamericana.

Alonso, Marcelo y Rojo, Luis (1990). Física. Campos y Ondas. EUA: Addison-Wesley Iberoamericana.

Anderson, A. (1995). Quantum Backreaction on Classical Variables. USA: Phys. Rev. Lett. 74, 621.

Aspect, A.; Dalibard, J. and Roger, G. (1982). Experimental Test of Bell´s Inequalities using Time-Varying Analizers. Phys. Rev. Lett. 49, 1 804.

Aspect, A. (1999). Bell´s Inequality Test: More Ideal than Ever. Nature 398, 189.

Bak, P. (1996). How Nature Works. The Science of Self-Organized Criticality. New York: Springer-Verlag.

Barut, A. O. and Van Huele, J. F. (1985). Quantum Electrodynamics based on Self-Energy: Lamb shift and Spontaneous Emission without Field Organization. Phys. Rev. A 32, 3 187-3 195.

and Dowling, J. P. (1987). Quantum Electrodynamics based on Self-Energy, without Second Quantization: The Lamb shift and Long-Range Casimir-Polder Van Der Waals Forces near Boundaries. Phys. Rev. A 36, 2 550-2 556.

Beckman, D.; Chari, A. N.; Devabhaktuni, S. and Preskill, J. (1996). Efficient Networks for Quantum Factoring. Phys. Rev. A 54, 1034-1063 (lanl preprint, quant-ph/9602016).

Bell. J. (1987). Speakable and unspeakable in Quantum Mechanics. Cambridge: Cambridge University Press.

Benenti, Giuliano; Casati, Giulio and Strini Giuliano (2004). Principles of Quantum Computation and Information. Vols. I and II. Rev. World Scientific.

Benioff, P. (1980). The Computer as a Physical System: A Microscopic Quantum Mechanical Hamiltonian Model of Computers as Represented by Turing Machines. Journal of Statistical Physics, 22, pp. 563-591.

Beckman, D.; Chari, A. N.; Devabhaktuni, S. and Preskill, J. (1996). Efficient Networks for Quantum Factoring. Phys. Rev. A 54, 1034-1063 (lanl preprint, quant-ph/9602016).

Bell. J. (1987). Speakable and unspeakable in Quantum Mechanics. Cambridge: Cambridge University Press.

Benenti, Giuliano; Casati, Giulio and Strini Giuliano (2004). Principles of Quantum Computation and Information. Vols. I and II. Rev. World Scientific.

Benioff, P. (1980). The Computer as a Physical System: A Microscopic Quantum Mechanical Hamiltonian Model of Computers as Represented by Turing Machines. Journal of Statistical Physics, 22, pp. 563-591.

Bennett, C. H.; Bernstein, E.; Brassard, G. and Vazirani, U. (1996). Strengths and weaknesses of Quantum Computing. The SIAM Journal on Computing.

Berndl, K., Dürr, Goldstein, S. and Zanghi, N. (1996). Nonlocality, Lorenz Invariance and Bohmian Quantum Theory. Phys. Rev. A 53, 2 062-2 073.

Bernstein, E. and Vazirani, U. (1993). Quantum Complexity Theory. Proceedings 25th ACM Symposium on Theory of Computing, pp. 11-20.

Berthiaume, A. and Brassard, G. (1994). Oracle Quantum Computing. Journal of Modern Optics, Vol. 41, no. 12, pp. 2 521-2 535.

Bohm, D. (1980). Wholeness and the Implicate Order. London: Routledge and Keagan Paul.

and Hiley, B. J. (1993). The Undivided Universe. London: Routledge.

(1999). Time Asymmetric Quantum Physics. Phys. Rev. A 60, 861-876.

(1996). The Special Theory of Relativity. London: Routledge.

Boyer, M.; Brassard, G.; Hoyer, P. and Tapp, A. (1996). Tight Bounds on Quantum Searching Proceedings. Phys. Comp. (lanl e-print quant-ph/9605034).

Brillouin, L. (1922). La Théorie des Quanta. Paris: Presses Universitaires de France.

Coles, P. (1998). The End of the Old Model Universe. Nature 393, 741.

Cramer, J. G. (1986). The Transactional Interpretation of Quantum Mechanics. Rev. Mod. Phys. 58, 647-687.

Chuang, L. I. and Nielsen, M. A. (2000). Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge University Press.

De Broglie, L. (1927). Physique. (serie 6), VIII, 225.

(1960). Non Linear Wave Mechanics. Amsterdam: Elsevier.

(1964). La Thermodynamique de la Particle Isolée. Paris: Gauthier-Villars.

(1970). The Reinterpretation of Wave Mechanics. Found. Phys. 1, 5-15.

Deutsch, D. (1985). Quantum Theory: The Church-Turing Principle and the Universal Quantum Computer. Proc. Royal Society London Ser. A, 400, pp. 96-117.

Deutsch, D. and Jozsa, R. (1992). Rapid Solution of Problems by Quantum computation. Proceedings Royal Society of London, A 400, pp. 73-90.

Dunningham, J. A.; Wiseman, H. M. and Walls, D. F. (1997). Manipulating the Motion of a Single Atom in a Standing Wave via Feedback. Phys. Rev. A 55, 1 398-1 411.

Dürr, C. and P. Hoyer, P. (1996). A Quantum Algorithm for Finding the Minimum (lanl preprint, quant-ph/9602016).

Dürr, S.; Nonn, T. and Rempe, G. (1998). Origin of Quantum-Mechanical Complementarity probed by a "Which-Way" Experiment in an Atom Interferometer. Nature 395, 33-37.

Einstein, A.; Podolsky, B. and Rosen, N. (1935). Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? Phys. Rev. 47, 777-780.

Einstein, Albert (1945). Grundzüge der Relativitätstheorie. Deutschland: Vieweg-Braunschweig.

Elitzur, A. and Vaidman, L. (1993). Quantum Mechanical Interaction free Measurements. Foundations of Physics, 23, pp. 987-997.

Evdokinov, N. V.; Klyshko, D. N.; Komolov, V. P. and Yarochkin, V. A. (1996). Bell´s Inequalities and EPR-Bohm Correlations: Working Classical Radiofrecuency Model. Physics–Uspekhi 39, 83-98.

Feynman, R. (1996). Feynman Lectures on Computing. New York: Addison Wesley.

Fussy, S.; Grössing, G.; Schwabl, H. and Scrinzi, A. (1993). Nonlocal Computation in Quantum Cellular Automata. Phys. Rev. A 48, 3 470-3 477.

and Grössing, G. (1994). Fractal Evolution of Normalized Feedback Systems on a Lattice. Phys. Lett. A 186, 145-151.

Grössing, G. and Schwabl, H. (1996). Fractal Evolution in Deterministic and Random Models. Int. J. Bifurcation and Chaos 6, 1 977-1 995.

Garrido Cotham, Rodolfo (2003). Fronteras del Conocimiento en la Ciencia y la Tecnología. Vol. I. México: Edición propia del autor.

Ghirardi, G. C. et al. (1988). Experiments of the EPR type involving CP-Violation do not allow faster-than-light communication between distant observers. Europhys. Lett. 6, 95-100.

Greenberg, D. M. (1983). The Neutron Interferometer as a Device for Illustrating the Strange behavior of Quantum Systems. Rev. Mod. Phys. 55, 875-905.

(1988). A New Non-Local Effect in Quantum Mechanics. Physica B 151, 374-377.

Greenberg, D. M.; Horne, M. and Zeilinger, A. (1989). Bell´s Theorem without Inequalities. In Bell´s Theorem, Quantum Theory and Conception of the Universe. Edited by M. Kafatos (Kluwer, Dordrecht).

Grössing, G. (1986). Quantum Cybernetics and Its Test en Late-Choice Experiments. Phys. Lett. A 118, 381-386.

(1987). Real Quantum Cybernetics. Phys. Lett. A 121, 259-266.

(1988a). How does a Quantum System Perceive its Environment? In Microphysical Reality and Quantum Formalism. Edited by A. Van Der Merwe, G. Tarozzi and F. Selleri (Kluwer, Dordrecht), pp. 225-238.

(1988b). Gravity as a pure Quantum Phenomenon. In Problems in Quantum Physics. Edited by L. Kostro, A. Posiewnik, J. Pykacz and M. Zukowski (World Scientific Publishing Singapore), pp. 551-574.

(1993a). Atomism at the End of the 20th Century. Diogenes 163, 71-88.

(1993b). Das Unbewusste in der Physik. Vienna: Turia + Kant.

(1995). An Experiment to Decide between the Causal and the Copenhagen Interpretations of Quantum Mechanics. Ann. N. Y. Acad. Sci. 775, 438-444.

(1996). Quantum Cybernetics: Systemic Modeling instead of Magical Mystifications of Quantum Theory. Cybernetics and Systems 27, 513-525.

(1997). Die Information des Subjekts. Vienna: Turia + Kant.

(2000a). Quantum Cybernetics: Toward a unification of Relativity and Quantum Theory via Circularly Causal Modeling. New York: Springer-Verlag.

(2000b). Nonlocality and the Time-Ordering of Events. In Cybernetics and Systems 2000. Proceedings of the Fifteenth European Meeting on Cybernetics and Systems Research. Edited by R. Trappl. Vienna: ASCS, pp. 185-188.

(2000b). Nonlocality and the Time-Ordering of Events. In Cybernetics and Systems 2000. Proceedings of the Fifteenth European Meeting on Cybernetics and Systems Research. Edited by R. Trappl. Vienna: ASCS, pp. 185-188.

Grover, L. K. (1996). A Fast Quantum Mechanical Algorithm for Estimating the Median (lanl e-print quant-ph/9607024).

Guerra, F. and Morato, L. M. (1983). Quantization of Dynamical Systems and Stochastic Control Theory. Phys. Rev. D 27, 1 774-1 786.

Guerret, Ph. and Vigier, J. P. (1982). De Broglie´s Wave Particle duality in the Stochastic Interpretation of Quantum Mechanics: A Testable Physical Assumption. Foud. Phys. 12, 1 057-1 083.

Hawking, S. (1987). La Historia del Tiempo. Harvard: Harvard University Press.

y Mlodinow, Leonard. (2010). El Gran Diseño. Argentina: Crítica.

Heisenberg, W.; Scrödinger, E.; Einstein, A.; Jeans, J.: Planck, M.; Pauli, W. y Eddington, A. (1988). Cuestiones Cuánticas. España: Kairós, 2ª ed.

Herzog, T. J.; Rarity, J. G.; Weinfurter, H. and Zeilinger, A. (1994). Frustrated Two-Photon Creation via Interference. Phys. Rev. Lett. 72, 629-632.

Hestenes, D. (1985). Quantum Mechanics from Self-Interaction. Found. Phys. 15, 63-87.

Hey, A. J. (2002). Feynman and Computation. Exploring the limits of Computers. New York: Westview Editor.

Holland, P. R. and Vigier, J. P. (1985). Positive Probabilities and the Principle of Equivalence for Spin-Zero Particles in the Causal Stochastic Interpretation of Quantum Mechanics. Nuovo Cimento B 88, 20.

(1992). The Dirac Equation in the Broglie-Bohm Theory of Motion. Found. Phys. 22, 1287.

(1993). The Quantum Theory of Motion. Cambridge: Cambridge University Press.

Holton, G. (1988). Thematic Origins of Scientific Thought. Cambridge: Cambridge University Press.

Ingraham, R. L. (1994). Quantum Nonlocality in a Delayed-Choice Experiment with Partial Controllable Memory Erasing. Phys. Rev. A 50, 4 502-4 505.

Jacobson, D. L.; Werner, S. A. and Rauch, H. (1994). Spectral Modulation and Squeezing at High-Order Neutron Interferences. Phys. Rev. A 49, 3 196-3 200.

Kauffman, S. A. (1993). The Origins of Order. Oxford: Oxford University Press.

Kim, Y. H.; Yu, R.; Kulik, S. P. and Scully, M. O. (2000). A Delayed Choice Quantum Eraser. Phys. Rev. A 84, 1-5.

Kwiat, P.; H. Weinfurter, H. and A. Zeilinger, A. (1996). Quantum Seeing in the Dark. Scientific American, pp. 72-78.

Lent, C. S.; Tougaw, P. D.; Porod, W. and Bernstein, G. H. (1993). Quantum Cellular Automata. Nanotechnology 4, 49.

and Tougaw, P. D. (1996). Dynamic Behavior of Quantum Cellular Automata. J. Appl. Phys. 80, 4 722.

and Tougaw, P. D. (1997). A Device Architecture for Computing with Quantum Dots. Proc. IEEE 85, 541.

Mackinnon, L. (1988). Observations and Events. Physica 151, 355-357.

Maturana, H. and Varela, F. (1980). Autopoiesis and Cognition. Dordrecht: Reidel.

Mulmuley, K.; Vazirani, U. and Vazirani, V. (1987). Matching is as Easy as Matrix Inversion. Combinatorica, 7, pp. 105-131.

Nelson, E. (1985). Quantum Fluctuations. Princeton: Princeton University Press.

Piaget, J. (1967). Biologie et Connaissance. Paris: Gallimard.

Popper, K. R. (1996). Teoría Cuántica y el Cisma en Física. Post Scriptum a La Lógica de Investigación Científica. Vol. III. España: Editorial Tecnos.

Primas, H. (1990). Induced Nonlinear Time Evolution of Open Quantum Objects. In Sixty-Two Years of Uncertainty, Historical and Physical Inquiries into The Foundations of Quantum Mechanics. New York: Edited by A. I. Miller.

Puthoff, H. E. (1989a). Gravity as a Zero-Point-Fluctuation Force. Phys. Rev. A 39, 2 333-2 342.

Puthoff, H. E. (1989b). Source of Vacuum Electromagnetic Zero-Point Energy. Phys. Rev. A 40, 4 857-4 867.

Rauch, H. (1993). Phase Space Coupling in Interference and EPR Experiments. Phys. Lett. A 173, 240-242.

Rindler, W. (1969). Essential Relativity. New York: Springer.

Rosenbrock, H. H. (1986). On Wave/Particle Duality. Phys. Lett. A 114, 1-2.

Santamato, E. (1984). Geometric Derivation of the Schödinger Equation from Classical Mechanics in Curve Weyl Spaces. Phys. Rev. D 29, 216-222.

Scully, M. O. and Drühl, K. (1982). Quantum eraser: A proposed photon correlation experiment concerning, observation and "Delayed Choice", in Quantum Mechanics. Phys. Rev. A 25, 2 208-2 213.

Selleri, F. (1988). Quantum Mechanics versus Local Realism: The Einstein, Podolski and Rosen Paradox. London-New York: Plenum.

Sexl, R. U. und Urbanke, H. K. (1976). Gravitation und Kosmologie. Eine Einführung in die Allgemeine Relativitätstheorie. Zürich: B. I. Wissenschaftsverlag.

Sexl, R. U. und Urbantke, H. K. (1976). Relativität gruppen Teilchen. Vienna: Springer.

Serway, R. A. y Beichner, R. J. (2002). Física para Ciencias e Ingeniería. Tomo II. México: Mc Graw-Hill, 5ª ed.

Shor, P. W. (1995). Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer. USA: Cornell University Library.

(1994). Algorithms for Quantum Computation: Discrete Logarithms and Factoring. Proceedings, 35th Annual Symposium on Fundamentals of Comp. Science (FOCS), pp. 124-134.

Simon, D. (1994). On the Power of Quantum Computation. Proceedings, 35th Annual Symposium on Fundamentals of Comp. Science (FOCS), pp. 116-123.

Simonyi, K. (1995). Kulturgeschichte der Physik. Frankfurt: Harri Deutsch.

Stapp, Henry P. (1993). Mind, Matter and Quantum Mechanics. Germany: Springer-Verlag.

Stolze Joachim and Suter, Dieter (2004). Quantum Computing. A short course from Theory to Experiment. New York: Wiley-VCH.

Summhammer, J.; Rauch, H. and Tuppinger, D. (1987). Stochastic and Deterministic Absorption in Neutron-Interference Experiments. Phys. Rev. A 36, 4 447.

Terán Pérez, David Moisés (2010). Redes Convergentes: Diseño e Implantación. México: Alfaomega Grupo Editor.

Tilley, L. y Thumm, J. (1998). Física. EUA: Addison-Wesley Iberoamericana.

Tittel, W.; Brendel, J.; Zbinden, H. and Gisin, N. (1999). Long-Distance Bell-Type Tests using Energy-Time Entangled Photons. Phys. Rev. A 59, 4 150-4 163.

Ulmer, W. and Hartmann, H. (1978). On the Application of a Gauss Transformation in Nonlinear Quantum Mechanics. Nuovo Cimento A 47, 359-376.

Valero, E. (1998). Física 2. Ondas. Óptica. Electromagnetismo. Física Moderna. EUA: Addison-Wesley Iberoamericana.

Valiant, L. G. and Vazirani, V. (1986). NP is as easy as Detecting unique Solutions. Theor. Comp. Sc. 47, pp. 85-93.

Varela, F. (1979). Principles of Biological Autonomy. North Holand-New York: Elsevier.

Von Neumann, J. (1955). Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik. Berlin: Springer.

Weihs, T.; Jennewein, T.; Simon, C.; Weinfurter, H. and Zeilinger, A. (1998). Violation of Bell´s Inequality under Strict Einstein Locality Conditions. Phys. Rev. Lett. 81, 5 039.

Werner, S. A.; Clothier, R.; Kaiser, H.; Rauch, H. and Wölwitsch (1991). Spectral Filtering in Neutron Interferometry. Phys. Rev. Lett. 67, 683.

Wheeler, J. A. (1988). World as System Self-Synthesized by Quantum Networking. IBM J. Res. Develop. 32, 4-15.

Yao, A. (1993). Quantum Circuit Complexity. Proceedings 34th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS), pp. 352-361.

Yasue, K. (1981). Quantum Mechanics and Stochastic Control Theory. J. Math. Phys. 22, 1 010-1 020.

Yasue, K. (1988). Wave Cybernetics: A Simple Model of Wave Controlled Nonlinear and Nonlocal Cooperative Phenomena. Phys. Rev. A 38, 2 671-2 673.

Zlatev, I.; Wang, L. and Steinhardt, P. J. (1999). Quintessence, Cosmic Coincidence and the Cosmological Constant. Phys. Rev. Lett. 82, 896.